

**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2005. május 10.**

# **MATEMATIKA**

## **KÖZÉPSZINTŰ ÉRETTSÉGI VIZSGA**

Az írásbeli vizsga időtartama: 180 perc

## **JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ**

**OKTATÁSI MINISZTERIUM**

---

---

## Fontos tudnivalók

### Formai előírások:

- A dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal** kell javítani, és a tanári gyakorlatnak megfelelően jelölni a hibákat, hiányokat stb.
- A feladatok mellett található téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám** a mellette levő **téglalapba** kerül.
- **Kifogástalan megoldás** esetén elég a maximális pontszám beírása a megfelelő téglalapokba.
- Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra.

### Tartalmi kérések:

- Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
- A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
- Nyilvánvalóan helyes gondolatmenet és végeredmény esetén maximális pontszám adható akkor is, ha a leírás az útmutatóban szereplőnél **kevésbé részletezett**.
- Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
- **Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel mint kiinduló adattal helyesen számol tovább a következő gondolati egységben vagy részkérdésben, akkor erre a részre kapja meg a maximális pontot.
- Ha a megoldási útmutatóban zárójelben szerepel egy **mértékegység**, akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.
- Egy feladatra adott többféle megoldási próbálkozás közül **csak egy** (a magasabb pontszámú) **értékelhető**.
- A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont) **nem adható**.
- Az olyan részszámításokért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
- **A vizsgafeladatsor II./B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető**. A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha mégsem derül ki egyértelműen, hogy a vizsgázó melyik feladat értékelését nem kéri, akkor automatikusan a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladat lesz az, amelyet nem kell értékelni.

**I.**

<b>1.</b>		
$F\left(-\frac{3}{2}; 1\right).$	2 pont	<i>Ha csak az egyik koordináta jó, akkor 1 pont jár.</i>
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

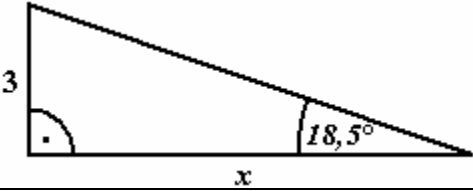
<b>2.</b>		
<b>B.</b>	2 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

<b>3.</b>		
[2; 6]  vagy  $2 \leq y \leq 6$	3 pont	<i>Ha az intervallum kezdő- vagy végpontja hibás, akkor 1 ponttal kevesebb jár. Ha részben vagy teljesen nyílt intervallum szerepel, akkor is 1 ponttal kevesebb jár.</i>
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>	

<b>4.</b>		
<b>A:</b> hamis.	1 pont	
<b>B:</b> igaz.	1 pont	
<b>C:</b> hamis.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>	

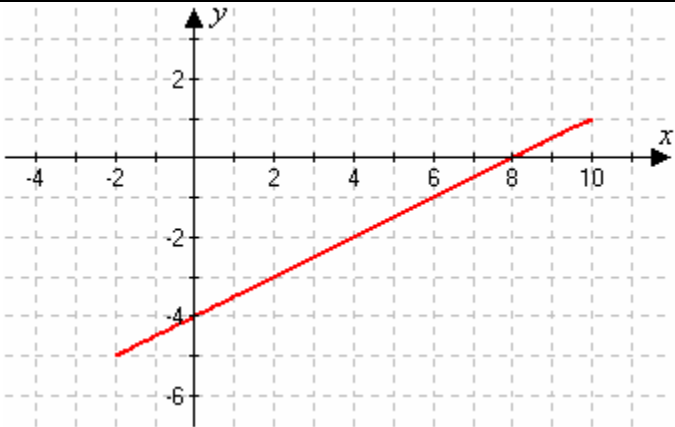
<b>5.</b>		
$(x+3)^2 + (y-5)^2 = 16.$ Vagy: $x^2 + y^2 + 6x - 10y + 18 = 0.$	2 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

<b>6.</b>		
$\frac{21}{150}$ vagy 14% vagy 0,14.	2 pont	<i>A végeredmény bármilyen alakban elfogadható.</i>
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

<b>7.</b>		
	1 pont	<i>Az adatok feltüntetése esetén jár az 1 pont.</i>
$\operatorname{tg} 18,5^\circ = \frac{3}{x}$ .	1 pont	
A másik befogó $x \approx 8,966 \approx 9$ (cm).	1 pont	<i>Kerekítés nélkül is elfogadható.</i>
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>	

<b>8.</b>		
$a_5 = \frac{1}{2}$ .	2 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

<b>9.</b>		
Az élek száma összesen 4.	2 pont	<i>Ha csak egy jó rajz van, akkor 1 pont jár.</i>
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

<b>10.</b>		
	2 pont	<i>Ha a grafikon jó, de nincs a megadott intervallumra leszűkítve, akkor 1 pont jár.</i>
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

<b>11.</b>		
<b>a)</b>		
$\binom{22}{5} = 26\,334.$	2 pont	<i>A binomiális együttható kiszámítása nélkül is jár a 2 pont.</i>
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	
<b>b)</b>		
$5! = 120.$	2 pont	<i>A faktoriális kiszámítása nélkül is jár a 2 pont.</i>
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

<b>12.</b>		
$V = \frac{4r^3\pi}{3}.$		
$V = \frac{4 \cdot 13^3 \pi}{3}.$	1 pont	
$V \approx 9202,8 \text{ (cm}^3\text{)}.$	1 pont	
A labdában $\approx 9,2$ liter levegő van.	1 pont	<i>1 pont az átváltásért jár.</i>
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>	

**II./A**

<b>13.</b>		
$\cos^2 x + 4 \cos x = 3(1 - \cos^2 x).$	2 pont	<i>Ha csak <math>\sin^2 x + \cos^2 x = 1</math> összefüggést írja fel, akkor 1 pont.</i>
Rendezve: $4 \cos^2 x + 4 \cos x - 3 = 0.$	1 pont	
Ennek gyökei: $\cos x = \frac{1}{2}$ vagy	1 pont	
$\cos x = -\frac{3}{2}.$	1 pont	
Ha $\cos x = \frac{1}{2}$ , akkor $x_1 = \frac{\pi}{3} + 2k\pi,$ vagy $x_2 = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi,$	3 pont	<i>Ha a periódus valahol hiányzik, legfeljebb 2 pont. Elfogadható a fokokban megadott megoldás is. Ha keveri a fokot és a radiánt, legfeljebb 1 pontot kaphat.</i>
ahol $k \in Z.$	1 pont	
Ha $\cos x = -\frac{3}{2}$ , akkor nincs megoldás, hiszen $\cos x \geq -1$ minden $x$ esetén.	2 pont	<i>Indoklás nélkül 1 pont.</i>
Az egyenlet megoldása közben ekvivalens átalakításokat végeztünk, így mindkét gyöksorozat megoldása az eredeti egyenletnek.	1 pont	<i>Ha a megoldásban nem ír periódust, de a kapott két gyököt visszahelyettesíti,</i>

		<i>akkor is adjuk meg az ellenőrzésért járó 1 pontot.</i>
<b>Összesen:</b>	<b>12 pont</b>	

<b>14.</b>		
<b>a)</b>		
$a_2 = 17$ és $a_3 = 21$ . $d = 4$ .	1 pont	<i>A differencia meghatározásáért jár az 1 pont.</i>
$a_1 = 13$ .	1 pont	
$a_{150} = 609$ .	1 pont	<i>Az <math>a_{150}</math> értékét akkor is elfogadjuk, ha csak az összegképlet tartalmazza.</i>
$S_{150} = \frac{13 + 609}{2} \cdot 150$ .	1 pont	
$S_{150} = 46\,650$ .	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>5 pont</b>	

<b>b)</b>		
Alkalmazzuk a hárommal való oszthatósági szabályt.	1 pont	<i>Ha az oszthatósági szabályt nem írja le, csak alkalmazza, akkor is jár a 2 pont.</i>
25 863 számjegyeinek az összege 24, így osztható hárommal.	1 pont	
Tetszőleges sorrend esetén az összeg nem változik, tehát az állítás igaz.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>	

<b>c)</b>		
Alkalmazzuk a négyvel való oszthatósági szabályt.	1 pont	<i>Ha az oszthatósági szabályt nem írja le, de láthatóan jól alkalmazza, akkor is jár az 1 pont.</i>
Ebben az esetben ez akkor teljesül, ha az utolsó két számjegy: 28; 32; 36; 52; 56; 68.	2 pont	<i>Ha a hat végződésből négyet vagy ötöt sorol fel, akkor 2 pont helyett 1 pont jár, ha kevesebbet, akkor nulla.</i>
A tízes helyiértéken tehát 2; 3; 5 vagy 6 állhat.	1 pont	<i>Ez a pont akkor jár, ha az összes megoldást megadta.</i>
<b>Összesen:</b>	<b>4 pont</b>	
<i>Ha a hat végződésből semmit sem sorol fel, de az oszthatósági szabály szerepel és jó a megoldás, akkor 4 pont jár. Ha nem ír oszthatósági szabályt, de jó a hat végződés felsorolása és a végeredmény is, akkor 4 pont jár.</i>		

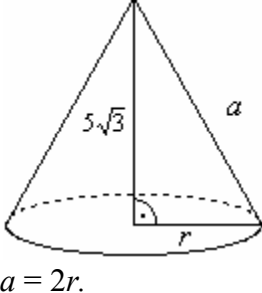
<b>15.</b>		
<b>a)</b>		
Számtani átlag: $\frac{3 \cdot 100 + 2 \cdot 95 + 91 + 2 \cdot 80 + 65 + 2 \cdot 31 + 2 \cdot 17 + 8 + 5}{15} =$	2 pont	
= 61.	1 pont	
Módusz: 100.	1 pont	
Medián: 80.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>5 pont</b>	

<b>b)</b>							
Osztályzat	jeles	jó	közepes	elégséges	elégtelen		
A dolgozatok száma	8	1	0	2	4	2 pont	
<b>Összesen:</b>						<b>2 pont</b>	

<b>c)</b>		
Jeles: 192°. Jó: 24°. Elégséges: 48°. Elégtelen: 96°.	2 pont	<i>A középponti szögek számításának leírása nem követelmény, a szögek felírása igen. Helyes kerekítésből adódó eltérések elfogadhatók.</i>
<p>A pie chart with four segments. The largest segment is labeled 'jeles' and is shaded with a fine grid. The next largest is 'elégtelen' with a dark stippled pattern. The smallest is 'jó' with a light stippled pattern. The remaining segment is 'elégséges' with a medium stippled pattern.</p>	3 pont	<i>Ha a kördiagramról nem derül ki, hogy melyik osztályzat melyik körcikkhez tartozik, akkor csak 1 pont jár. Akkor fogadható el az ábra, ha a bejelölt határvonal a helyes megoldás tízes szomszédjai közé esik.</i>
<b>Összesen:</b>		<b>5 pont</b>

## II./B

A 16.–18. feladatok közül a tanuló által megjelölt feladatot nem kell értékelni.

<b>16.</b>		
<b>a)</b>		
 <p style="text-align: center;"><math>a = 2r.</math></p>	2 pont*	<i>A tengelyre illeszkedő síkmetszet egy szabályos háromszög.</i>
Pitagorasz-tétel alkalmazásával: $a^2 = r^2 + (5\sqrt{3})^2.$	1 pont*	
$4r^2 = r^2 + (5\sqrt{3})^2.$	2 pont*	
$r = 5 \text{ cm.}$	1 pont*	
$a = 10 \text{ cm.}$	1 pont*	
$A = r^2\pi + r \cdot \pi \cdot a.$ $A = 25\pi + 50\pi.$	1 pont	
$A = 75\pi.$ Vagy $A \approx 235,6 \text{ cm}^2.$	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>9 pont</b>	<i>Közelítő értékekkel való számolás is teljes pontot ér.</i>
<i>* Ha ezek a részek csak a b) vagy a c) kérdés megoldásánál szerepelnek, a megfelelő pont akkor is jár.</i>		
<b>b)</b>		
$V = \frac{r^2\pi \cdot m}{3}.$ $V = \frac{25\pi \cdot 5\sqrt{3}}{3}.$	1 pont	
$V \approx 226,7 \text{ cm}^3.$	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	<i>Közelítő értékekkel való számolás is teljes pontot ér.</i>
<b>c)</b>		
<b>1. megoldás</b>		
A körcikk sugara: $a.$	1 pont	
Az ívhossz: $a\pi.$	2 pont	
$\frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{a\pi}{2a\pi}.$	2 pont	
A kért középonti szög: $\alpha = 180^\circ.$	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>6 pont</b>	<i>Közelítő értékekkel való számolás is teljes pontot ér.</i>



<b>2. megoldás</b>		
A körcikk sugara: $a$ .	1 pont	
Az ívhossz: $a\pi$ .	2 pont	
A teljes terület: $2a\pi$ .	1 pont	
Az ívhossz ennek a fele, tehát egy félkörív;	1 pont	
így $\alpha = 180^\circ$ .	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>6 pont</b>	

<b>17.</b>		
<b>a)</b>		
Jelentse $x$ a magazin árát.	1 pont	<i>Ez az 1 pont akkor is jár, ha e felírás helyett a helyes szöveges válaszból derül ki, hogy mit jelölt az ismeretlennel.</i>
Annának $0,88x$ forintja van.	1 pont	<i>Az egyenlet felírásáért összesen 4 pont jár.</i>
Zsuzsinak $\frac{4}{5}x$ forintja van.	1 pont	
Az egyenlet: $0,88x + \frac{4}{5}x - x = 714$ .	2 pont	
$x = 1050$ .	1 pont	
$0,88x = 924$ és	1 pont	
$\frac{4}{5}x = 840$ .	1 pont	
A magazin 1050 Ft-ba került. Annának eredetileg 924 Ft-ja, Zsuzsinak 840 Ft-ja volt.	1 pont	
Ellenőrzés.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>10 pont</b>	

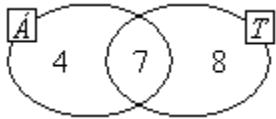
<b>b)</b>		
<b>1. megoldás</b>		
A maradékból Annának $a$ , Zsuzsinak $714 - a$ Ft jut.	1 pont	<i>Ez az 1 pont akkor is jár, ha e felírás helyett a helyes szöveges válaszból derül ki, hogy mit jelölt az ismeretlennel.</i>
$\frac{924}{840} = \frac{a}{714 - a}$ vagy $\frac{0,88}{0,8} = \frac{a}{714 - a}$ .	2 pont	<i>Bármelyik egyenlet elfogadható.</i>
Ebből: $a = 374$ ;	1 pont	
$714 - a = 340$ .	1 pont	
Tehát Annának 374 Ft-ja, Zsuzsinak 340 Ft-ja marad a vásárlás után.	1 pont	
Ellenőrzés.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>7 pont</b>	

<b>2. megoldás</b>		
Összesen 1764 Ft-juk volt.	1 pont	
Anna a maradék $\frac{924}{1764}$ -ed részét kapja meg,	1 pont	
azaz $714 \cdot \frac{924}{1764} =$	1 pont	
= 374 Ft-ot.	1 pont	
Zsuzsi a maradék $\frac{840}{1764}$ -ed részét kapja meg,	1 pont	
azaz $714 \cdot \frac{840}{1764} =$	1 pont	
= 340 Ft-ot.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>7 pont</b>	

**18.**

a)

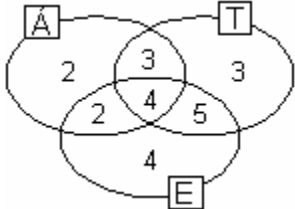
**1. megoldás**

	2 pont	<i>Ha a háromból csak egy vagy két számot ír be jól a halmazábrába, akkor 1 pont adható.</i>
Legalább az egyikük által észrevett eltérések száma: $4 + 7 + 8 = 19$ .	1 pont	
Egyikük sem vett észre $23 - 19 = 4$ eltérést.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>4 pont</b>	

**2. megoldás**

Halmazábra nélkül is felírható a megtalált eltérések száma: $11 + 15 - 7$ .	2 pont	<i>Ez a 2 pont nem bontható.</i>
Ezért legalább az egyikük által észrevett eltérések száma: 19.	1 pont	
Egyik sem vett észre: $23 - 19 = 4$ eltérést.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>4 pont</b>	

b)

	7 pont	<i>Minden jól beírt érték egy-egy pontot ér.</i>
<b>Összesen:</b>	<b>7 pont</b>	

c)

Van olyan eltérés, amit Enikő nem talált meg. VAGY: Enikő nem minden eltérést talált meg. VAGY: Enikő nem találta meg az összes eltérést.	2 pont	<i>Ez a 2 pont nem bontható.</i>
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

---

<b>d)</b>		
A kedvező esetek száma: 14.	1 pont	<i>Ha a b) feladatban rosszul tölti ki az ábrát, de ahhoz képest itt következetesen dolgozik, akkor is jár az 1-1 pont.</i>
Az összes esetek száma: 23.	1 pont	
A keresett valószínűség: $\frac{14}{23}$ vagy $\approx 0,61$ vagy 61%.	2 pont	<i>Bármelyik forma és szabályszerűen kerekített érték is elfogadható.</i>
<b>Összesen:</b>	<b>4 pont</b>	