ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2006. február 21.

MATEMATIKA

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI ÉRETTSÉGI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

OKTATÁSI MINISZTÉRIUM

Fontos tudnivalók

Formai előírások:

- A dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal** kell javítani, és a tanári gyakorlatnak megfelelően jelölni a hibákat, hiányokat stb.
- A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerül.
- **Kifogástalan megoldás** esetén elég a maximális pontszám beírása a megfelelő téglalapokba.
- Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra.

Tartalmi kérések:

- Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
- A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
- Nyilvánvalóan helyes gondolatmenet és végeredmény esetén maximális pontszám adható akkor is, ha a leírás az útmutatóban szereplőnél **kevésbé részletezett**.
- Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, és a megoldandó probléma lényegében nem változik meg, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
- **Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel mint kiinduló adattal helyesen számol tovább a következő gondolati egységben vagy részkérdésben, akkor erre a részre kapja meg a maximális pontot, ha a megoldandó probléma lényegében nem változik meg.
- Ha a megoldási útmutatóban zárójelben szerepel egy **mértékegység,** akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.
- Egy feladatra adott többféle megoldási próbálkozás közül **csak egy** (a magasabb pontszámú) **értékelhető**.
- A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont**) nem adható**.
- Az olyan részszámításokért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
- **A vizsgafeladatsor II. részében kitűzött 5 feladat közül csak 4 feladat megoldása értékelhető.** A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha mégsem derül ki egyértelműen, hogy a vizsgázó melyik feladat értékelését nem kéri, akkor automatikusan a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladat lesz az, amelyet nem kell értékelni.

I.

1.		
$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ felhasználásával	2 pont	
a megoldandó egyenlet: $2\sin^2 x - 5\sin x - 3 = 0$.	1 pont	
A $\sin x$ -re másodfokú egyenlet megoldásai: $-\frac{1}{2}$ és 3.	2 pont	
A $\sin x = 3$ egyenletnek nincs megoldása, hiszen a $\sin x$ maximális értéke 1.	2 pont	
A $\sin x = -\frac{1}{2}$ egyenlet megoldásai: $x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$, ahol $k \in \mathbf{Z}$,	2 pont	*Ha fokokban adja meg a helyes eredményt, erre a részre összesen 3 pontot kap. Ha a periódus hiányzik, vagy hibás periódussal adja meg, vagy keveri a fokot és a radiánt stb., akkor legfeljebb 1-1 pont adható.*
vagy $x = \frac{7\pi}{6} + 2n\pi$, ahol $n \in \mathbf{Z}$.	2 pont	
A kapott számok megoldásai az eredeti egyenletnek is.	1 pont	
Összesen:	**12 pont**	

2. a)		
$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$, ezért 120 db ötjegyű számot kapunk.	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	
b)		
Egy egész szám 12-vel pontosan akkor osztható, ha osztható 3-mal és 4-gyel.	1 pont	
Az ötjegyű számok mindegyike osztható 3-mal, mert a számjegyeinek összege mindegyiknél 21, ami osztható 3-mal.	1 pont	
4-gyel ezen ötjegyű számok közül azok és csak azok oszthatóak, amelyek utolsó két számjegye a következő: 12, 52, 92, 24 .	1 pont	*Ha a vizsgázó nem adja meg mindegyiket, az 1 pont nem adható.*
Az ötjegyű számban az első három számjegyből álló szám hatféle lehet, ha a két utolsó számjegyet rögzítettük,	2 pont	
így az ötjegyű számok között $4 \cdot 6 = 24$ db 12-vel osztható szám lesz.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

c)		
Az ötjegyű számok mindegyikében a számjegyek összege 21.	1 pont	
Tehát a számok oszthatók 3-mal.	1 pont	
9-cel viszont nem oszthatók, így egyik szám sem lehet négyzetszám.	2 pont	
Összesen:	**4 pont**	

3. a)

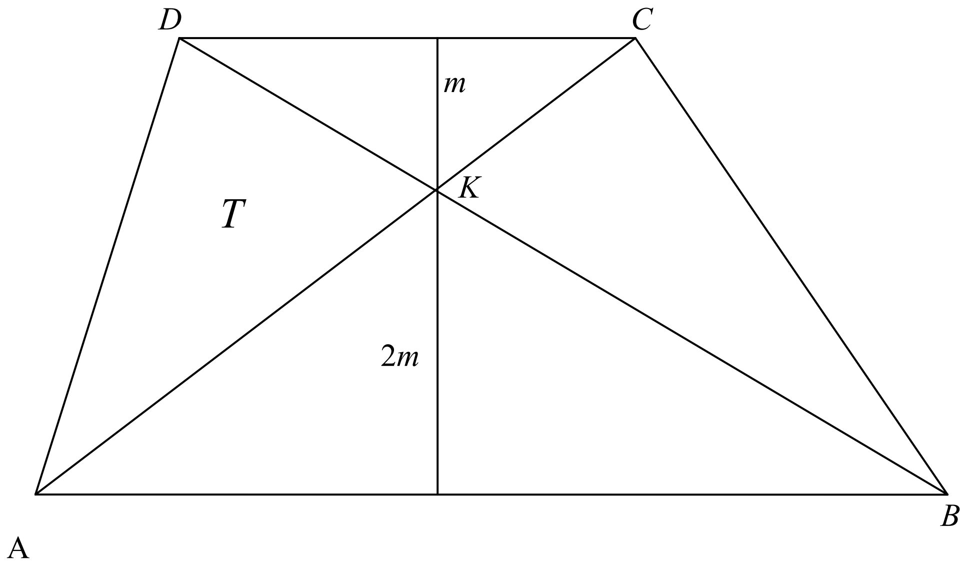
Pénzt visszaadja		Pénzt elnyeli	
Italt is ad	Italt nem ad	Italt nem ad	Italt ad
30	90	$160 \cdot 0{,}1875 = 30$	

A 18,75 % kiszámítása.	1 pont	
10 esetben működik jól, a pénzt elnyeli, és ad italt.	1 pont	
Annak az esélye, hogy jól működik: $\frac{10}{160} = \frac{1}{16} = 0{,}0625$.	2 pont	
Összesen:	**4 pont**	
b)		
160 esetből 30-ban az ital mellé visszakapjuk a pénzt is, tehát $\frac{30}{160} = 0{,}1875$ valószínűséggel ingyen juthatunk italhoz.	2 pont	*Kedvező esetek összehasonlításával is indokolhat.*
Ráfizetünk, ha nem kapjuk vissza pénzt és italt sem kapunk. Ennek valószínűsége: $\frac{30}{160} = 0{,}1875$.	2 pont	
Tehát a kérdéses valószínűségek egyenlők.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	
c)		
A 160 esetből 120 esetben visszaadja a pénzt.	2 pont	
Mivel pontosan 40 esetben kapok italt, így a „ráfizetés” 0 Ft, azaz nincs ráfizetés.	2 pont	
Összesen:	**4 pont**	

<table>
<tr><td colspan="3">4. a)</td></tr>
<tr><td>A csoportokban lévő számok számát megadó sorozat: 1; 2; 3; 4; …;n;…
A 99-edik csoportban lévő utolsó szám:
$1+2+3+...+99$,</td><td>2 pont</td><td></td></tr>
<tr><td>amely $\frac{1+99}{2}\cdot 99=4950$.</td><td>2 pont</td><td></td></tr>
<tr><td>Tehát a 100-adik csoport első eleme 4951.</td><td>1 pont</td><td></td></tr>
<tr><td align="right">Összesen:</td><td>5 pont</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">b)</td></tr>
<tr><td>Ha az 1851 az n + 1-edik csoportban van, akkor
$\frac{1+n}{2}\cdot n<1851\leq\frac{1+(n+1)}{2}(n+1)$, ahol n pozitív egész számot jelöl.</td><td>3 pont</td><td rowspan="7">Teljes megoldásnak fogadható el, és maximális pontszám adható, ha a vizsgázó csak az egyik egyenlőtlenséget írja fel, majd oldja meg, ezzel kideríti például azt, hogy az n kisebb vagy egyenlő 60-nál. Mivel a legnagyobb lehetséges n ebből a 60, és a 60. blokk utolsó eleme 1830, továbbá a 61. blokkban 61 elem van, ezért a keresett 1851-es szám a 61. blokknak a 21. eleme.</td></tr>
<tr><td>Tehát azt a pozitív egész n-et keressük, amelyre
$n^2+n-3702<0$ és
$n^2+3n-3700\geq 0$.</td><td>1 pont</td></tr>
<tr><td>Az első egyenlőtlenség pozitív egész megoldásai: a 60-nál nem nagyobb pozitív egész számok.</td><td>1 pont</td></tr>
<tr><td>A második egyenlőtlenség pozitív egész megoldásai: a 60-nál nem kisebb egész számok.</td><td>1 pont</td></tr>
<tr><td>Az egyenlőtlenségrendszernek egyetlen egész megoldása van, a 60.</td><td>1 pont</td></tr>
<tr><td>A 60-adik csoport utolsó eleme: $\frac{1+60}{2}\cdot 60=1830$.</td><td>1 pont</td></tr>
<tr><td>A 61-edik csoport első eleme 1831.
Mivel ennek a csoportnak 61 eleme van, így ennek eleme az 1851 is, mégpedig 21-edik eleme.
Tehát az 1851 a 61-edik csoport 21-edik eleme.</td><td>1 pont</td></tr>
<tr><td align="right">Összesen:</td><td>9 pont</td><td></td></tr>
</table>

II.

5.



Jelöljük a CDK háromszög CD oldalához tartozó magasságát m-mel. Ekkor az ABK háromszög AB oldalához tartozó magassága $2m$. $T_{ABD} = T_{ABC}$, mert a két háromszög közös AB oldalához tartozó magasságuk egyenlő hosszú.	1 pont	*Jó ábrába beírt helyes összefüggések esetén a szöveges indoklástól eltekinthetünk.*
Az ABC és az ABD háromszöglapoknak közös része az ABK háromszöglap,	1 pont	
így $T_{ADK} = T_{BKC}$, azaz mindkettő T területű.	1 pont	
A CDK háromszög hasonló az ABK háromszöghöz, (mivel szögeik páronként egyenlők),	1 pont	
és a hasonlóság aránya $\frac{m}{2m} = \frac{1}{2}$.	1 pont	
Mivel a hasonló síkidomok területének aránya a hasonlóság arányának négyzetével egyezik meg, ezért $t_{CDK} : t_{ABK} = 1:4$.	2 pont	
A CDK háromszög területét t-vel jelölve: $t_{ACD} = t + T$,	1 pont	
és $t_{ABC} = 4t + T$.	1 pont	
Mivel az ABC és a ACD háromszög AB illetve CD oldalához tartozó magassága megegyezik, és $AB = 2 \cdot CD$, ezért $t_{ABC} = 2 \cdot t_{ACD}$.	2 pont	
Így $4t + T = 2(t + T)$.	1 pont	
Ebből $t = \frac{T}{2}$ adódik.	1 pont	

Ezért $t_{ACD} = t + T = \frac{3}{2}T$, és $t_{ABC} = 4t + T = 3T$.	2 pont	
Mivel $t_{ABCD} = t_{ABC} + t_{ACD}$, ezért az ABCD trapéz területe 4,5-szerese T-nek.	1 pont	
Összesen:	**16 pont**	

6. a)		
A tyúkok számát 4%-kal csökkentve: $10000 \cdot 0{,}96$,	1 pont	
az 1 tojóra jutó tojástermelés $\frac{2{,}20 \cdot 10^6}{10000} \cdot 1{,}08$ lett.	2 pont	
Tehát az évi termelés: $10000 \cdot 0{,}96 \cdot \frac{2{,}20 \cdot 10^6}{10000} \cdot 1{,}08$.	1 pont	
Kiszámítva: $2280960 \approx 2{,}28 \cdot 10^6$ Tehát az évi termelés kb. 2,28 millió darab tojás.	1 pont	*Ha a megoldás során számolási hibát ejt, ez az egy pont nem jár.*
Összesen:	**5 pont**	
b)		
A keresett százalékot p-vel jelölve ($p < 30$), a tyúkok számát p %-kal csökkentve adódik, hogy számuk $10000 \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)$.	1 pont	
Az 1 tojóra jutó tojástermelés $\frac{2{,}20 \cdot 10^6}{10000} \cdot \left(1 + \frac{2p}{100}\right)$ lett.	2 pont	
A szöveg szerint $10000 \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right) \cdot \frac{2{,}20 \cdot 10^6}{10000} \cdot \left(1 + \frac{2p}{100}\right) =$ $= 2{,}20 \cdot 10^6 \cdot 1{,}08$.	1 pont	
Azaz $\left(1 - \frac{p}{100}\right)\left(1 + \frac{2p}{100}\right) = 1{,}08$.	1 pont	*Ha a szöveg alapján azonnal ezt az egyenletet írja fel, akkor is megkapja az előző pontokat.*
Az egyenlet mindkét oldalát 10 000-rel szorozva: $(100 - p)(100 + 2p) = 10800$.	1 pont	
A kijelölt szorzás elvégzése után: $10000 + 100p - 2p^2 = 10800$.	1 pont	
Az egyenlet rendezése után a $p^2 - 50p + 400 = 0$ másodfokú egyenlethez jutunk.	1 pont	
Ennek megoldásai: 40 és 10.	1 pont	

Mivel $p < 30$, így csak 10 lehet a megoldás.	1 pont	
Valóban, ha a 9000-re csökkentett létszám esetén 20%-kal nő az egy tyúkra jutó tojásmennyiség, azaz $\frac{2{,}20 \cdot 10^6}{10000} \cdot 1{,}2$ lesz, akkor az évi termés $2{,}20 \cdot 10^6 \cdot 1{,}08$. Tehát 10%-kal kell csökkenteni a tyúkok számát.	1 pont	
Összesen:	**11 pont**	

7. a)

Nyolc olyan dominó van, amelynek mind a két térfelén ugyanannyi a pöttyök száma.	2 pont	
Az olyan dominók száma, amelyeknek a két térfelén különböző számú pötty áll, annyi van, ahányféleképpen kiválasztható két szám a 0, 1, 2, …,7 számok közül, a sorrendet nem véve figyelembe, tehát $\frac{8 \cdot 7}{2}$, azaz 28-féleképpen.	2 pont	
Tehát összesen 28 + 8 = 36 kőből áll a dominókészlet.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

b)

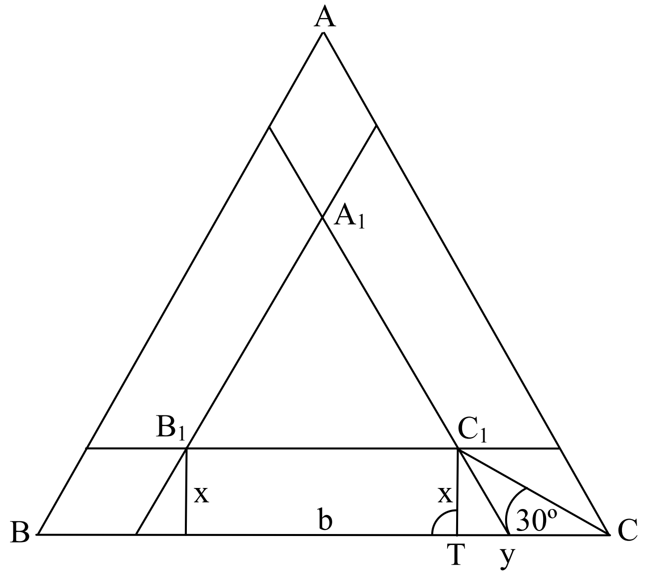
Egy kő két „térfelén” lévő pöttyök számának összege 8 a következőképpen lehet: (1; 7), (2; 6), (3; 5) és (4; 4),	1 pont	
tehát négyféleképpen.	1 pont	
A keresett valószínűség: $p = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

c) I. megoldás

Két eset különböztethető meg: **<u>1. eset</u>:** Ugyanannyi pötty van az első kő mindkét térfelén. Ekkor a második kő pontosan akkor illeszthető hozzá, ha ennek a kőnek az egyik térfelén ugyanannyi pötty van, mint az elsőén. Annak a valószínűsége, hogy (n; n) típusú követ húzunk ki $p_1 = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$, hiszen n értéke 8-féle lehet.	1 pont	
A második kő egyik térfelén n pötty van, a másikon hétféle lehet a pöttyök száma, így $p_2 = \frac{7}{35} = \frac{1}{5}$.	1 pont	
A két kő kihúzásának valószínűsége: $p = p_1 \cdot p_2 = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{45}$.	1 pont	

2. eset: A kihúzott első kő két térfelén különböző a pöttyök száma (n; k), ahol $n \neq k$. A 36 kőből 28 ilyen típusú van, így egy ilyen kő kihúzásának valószínűsége: $q_1 = \frac{28}{36} = \frac{7}{9}$.	1 pont	
Hozzáilleszthető a második kő, ha annak egyik térfelén n vagy k pötty van. Mindkét fajtából hét-hét darab van a készletben, ezért ezen eset bekövetkezésének valószínűsége: $q_2 = \frac{14}{35} = \frac{2}{5}$.	1 pont	
Tehát a 2. esetben annak valószínűsége, hogy a két kő egymáshoz illeszthető: $q = q_1 \cdot q_2 = \frac{7}{9} \cdot \frac{2}{5} = \frac{14}{45}$.	1 pont	
Az egymáshoz illeszthető két kő kihúzása az 1. vagy a 2. módon következhet be, így a keresett valószínűség: $P = p + q = \frac{2}{45} + \frac{14}{45} = \frac{16}{45} \approx 0{,}36$.	2 pont	
Összesen:	**8 pont**	

c) II. megoldás		
8 olyan dominó van, amelynek egyik térfelén nincs pötty. Ezek közül 2 db $\binom{8}{2}$-féleképpen választható ki.	2 pont	
A 8 olyan dominó közül, amelyiknek az egyik térfelén 1 pötty van $\binom{8}{2}$-féleképpen választható ki 2 db. Ezt a gondolatmenetet folytatva, $\binom{8}{2}$-féleképpen választható ki 2 db azon 8 dominó közül, amelyiknek az egyik térfelén 7 pötty van.	2 pont	
A kedvező esetek száma tehát $8 \cdot \binom{8}{2}$.	1 pont	
Az összes esetek száma: $\binom{36}{2}$.	1 pont	
A keresett valószínűség: $\frac{8 \cdot \binom{8}{2}}{\binom{36}{2}} = \frac{16}{45}$.	2 pont	*Az eredmény elfogadható akkor is, ha a binomiális együtthatókat nem számolja ki.*
Összesen:	**8 pont**	

8. a)		
Az ABC szabályos háromszög oldalhossza: $a=\sqrt{3}$. Az ABC súlypontja 0,5 dm távolságra van a háromszög oldalegyeneseitől, s mivel $x<0{,}5$, így ez a súlypont az $A_1B_1C_1$ háromszög az ABC háromszög belsejében van.  	2 pont	*A pontszám a szöveg helyes értelmezéséért jár, amit vagy egy ábra vagy a leírt gondolatmenet és a számítás tanúsít.*
Az A_1, B_1, C_1 pontok rendre az ABC háromszög A-ból, B-ből és C-ből induló belső szögfelezőjének egy-egy pontja. Jelöljük b-vel az $A_1B_1C_1$ háromszög oldalának hosszát. Az ábra szerinti $C\,C_1T$ derékszögű háromszögben legyen $x=C_1T$ és $y=TC$. Ekkor $\operatorname{ctg}30^\circ=\frac{y}{x}$, így $y=x\sqrt{3}$.	2 pont	*Az $A_1B_1C_1$ háromszög oldalhosszának megállapításáért összesen 3 pont adható.*
A tengelyes szimmetria figyelembe vételével: $b=\sqrt{3}-2x\sqrt{3}$.	1 pont	
$T_{A_1B_1C_1}=\frac{b^2\cdot\sqrt{3}}{4}=\frac{3\sqrt{3}(1-2x)^2}{4}$ (dm^2)	1 pont	*A számszorzó közelítő értékkel való megadása is elfogadható.*
Összesen:	**6 pont**	

b)		
A hasáb alaplapja $A_1B_1C_1$ háromszög, magassága x. $V(x)=T\cdot x=\frac{3\sqrt{3}(1-2x)^2}{4}\cdot x=\frac{3\sqrt{3}}{4}(4x^3-4x^2+x)$,	1 pont	
ahol $0<x<\frac{1}{2}$.	1 pont	
A V függvény differenciálható az értelmezési tartományán és $V'(x)=\frac{3\sqrt{3}}{4}(12x^2-8x+1)$.	2 pont	
$\frac{3\sqrt{3}}{4}(12x^2-8x+1)=0$.	1 pont	
Megoldásai: $\frac{1}{2}$ illetve $\frac{1}{6}$.	1 pont	
(lásd az alábbi táblázatot)	3 pont*	*Oszloponként 1-1 pont adható.*
A hasáb térfogata maximális, ha az x távolságot $\frac{1}{6}$ dm hosszúnak választjuk.	1 pont	*Az 1 pont jár a mértékegységgel megadott végeredményért, közelítő értékkel való megadás esetén is.*

	$0<x<\frac{1}{6}$	$x=\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}<x<\frac{1}{2}$
$V'(x)$	pozitív	$=0$	negatív
V	növő	max.	csökkenő

**Megjegyzés: A 3 pont az alábbi módokon is bontható:*

A V' függvény az $\frac{1}{6}$ helyen előjelet vált, (1 pont)

mégpedig pozitívból negatívba (1 pont).

A V függvénynek az $\frac{1}{6}$ helyen lokális maximuma van. (1 pont)

vagy

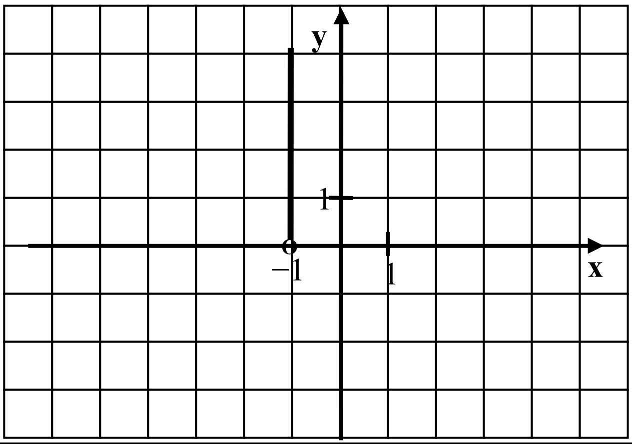
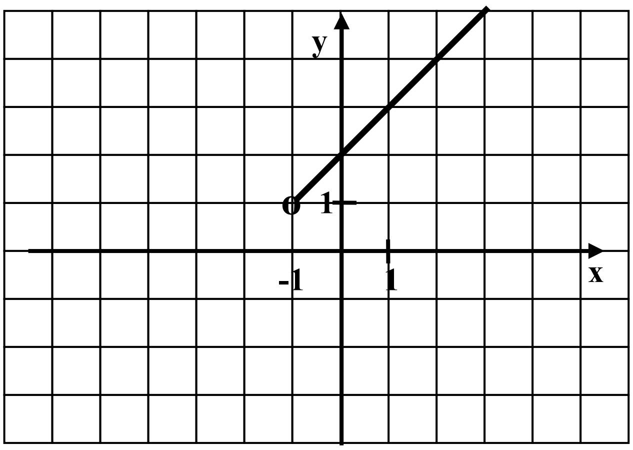
$V''(x)=\frac{3\sqrt{3}}{4}(24x-8)$ *(1 pont)*

$V''\left(\frac{1}{6}\right)<0$ *(1 pont)*

A V függvénynek az $\frac{1}{6}$ helyen lokális maximuma van. (1 pont)

Összesen:	**10 pont**	

9. a)		
Mivel $\lg ab = \lg a + \lg b$, és $\lg \frac{b}{a} = \lg b - \lg a$, így $B(\lg a + \lg b; \lg b - \lg a)$.	1 pont	
Bizonyítandó tehát, hogy $\lg a < \lg a + \lg b$ és $\lg b < \lg b - \lg a$.	1 pont	
rendezés után kapjuk, hogy $\lg b > 0$ és $\lg a < 0$. A feltételek szerint $0 < a < 1$, illetve $1 < b$, és a tízes alapú logaritmus függvény szigorúan növő a pozitív számok halmazán valamint $\lg 1 = 0$, tehát mindkét egyenlőtlenség igaz.	1 pont	*Nem adható az 1 pont, ha nem utal a függvény monotonitására.*
Összesen:	**3 pont**	
b)		
$\left(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}\right) = \overrightarrow{BA}(-\lg b; \lg a)$	1 pont	
Mivel az $\overrightarrow{OA}$ és az $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$ vektorok skaláris szorzata a megfelelő koordináták szorzatának összege, vagyis $\overrightarrow{OA} \cdot (\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}) = -\lg a \cdot \lg b + \lg b \cdot \lg a = 0$, tehát a két vektor merőleges egymásra.	2 pont	
Összesen:	**3 pont**	
c) (1. megoldás)		
$\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ és $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$ egyike sem nullvektor. Mivel $\left\lvert\overrightarrow{OA}\right\rvert = \sqrt{\lg^2 a + \lg^2 b} = \left\lvert\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}\right\rvert$,	2 pont	
tehát az OAB háromszög egyenlő szárú és derékszögű ($OAB\angle = 90^\circ$),	1 pont	
így $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{\mathrm{OB}})\angle = 45^\circ$.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	
c) (2. megoldás)		
$\left\lvert\overrightarrow{OA}\right\rvert = \sqrt{\lg^2 a + \lg^2 b}$ *és* $\left\lvert\overrightarrow{OB}\right\rvert = \sqrt{(\lg a + \lg b)^2 + (\lg b - \lg a)^2} = \sqrt{2 \cdot (\lg^2 a + \lg^2 b)}$	2 pont	
Mivel $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \lg^2 a + \lg^2 b$ és $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \left\lvert\overrightarrow{OA}\right\rvert \cdot \left\lvert\overrightarrow{OB}\right\rvert \cdot \cos\alpha = \sqrt{2} \cdot (\lg^2 a + \lg^2 b) \cdot \cos\alpha$, ahol $AOB\angle = \alpha$.	1 pont	
Innen $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$, és α hegyesszög, így $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{\mathrm{OB}})\angle = 45^\circ$.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

d)		
$A(-1;\lg b)$.	1 pont	
A tízes alapú logaritmus függvény szigorúan növő, folytonos, felülről nem korlátos függvény, így $\lg b$ tetszőleges pozitív értéket vehet fel. Ezért az *A* pontok halmaza azon nyílt kezdőpontú félegyenes, amelynek (*x*; *y*) koordinátái kielégítik az $x=-1$ egyenletet és az $0<y$ egyenlőtlenséget. 	1 pont	*A pont akkor is jár, ha csak ábrán rajzolja meg helyesen a keresett ponthalmazt.*
$B(\lg b-1;\lg b+1)$	1 pont	
A *B* pont második koordinátája 2-vel nagyobb az első koordinátájánál ($\lg b+1=(\lg b-1)+2$).	1 pont	
$\lg b-1$ tetszőleges, (-1)-nél nagyobb szám lehet, így $\lg b+1$ tetszőleges 1-nél nagyobb értéket vesz föl.	1 pont	
Így a *B* pontok halmaza azon nyílt kezdőpontú félegyenes, amelynek (*x*; *y*) koordinátái kielégítik az $y=x+2$ egyenletet és az $-1<x$ egyenlőtlenséget. 	1 pont	*A pontok akkor is járnak, ha csak ábrán rajzolja meg helyesen a keresett ponthalmazt. A karika hiánya, vagy nem egyértelmű koordináta-rendszer esetén 1-1 pont levonás.*
Összesen:	**6 pont**	