

Azonosító jel:

| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2006. május 9.

MATEMATIKA
EMELT SZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA

2006. május 9. 8:00

Az írásbeli vizsga időtartama: 240 perc

| | |
|----------------|--|
| Pótlapok száma | |
| Tisztázati | |
| Piszkozati | |

OKTATÁSI MINISZTERIUM

| | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Fontos tudnivalók

A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.

A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.

A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára nem derül ki egyértelműen, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a 9. feladatra nem kap pontot.

| |
|--|
| |
|--|

A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!

A feladatok megoldásához alkalmazott gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!

Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részsámítások is nyomon követhetők legyenek!

A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.

A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!

A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.

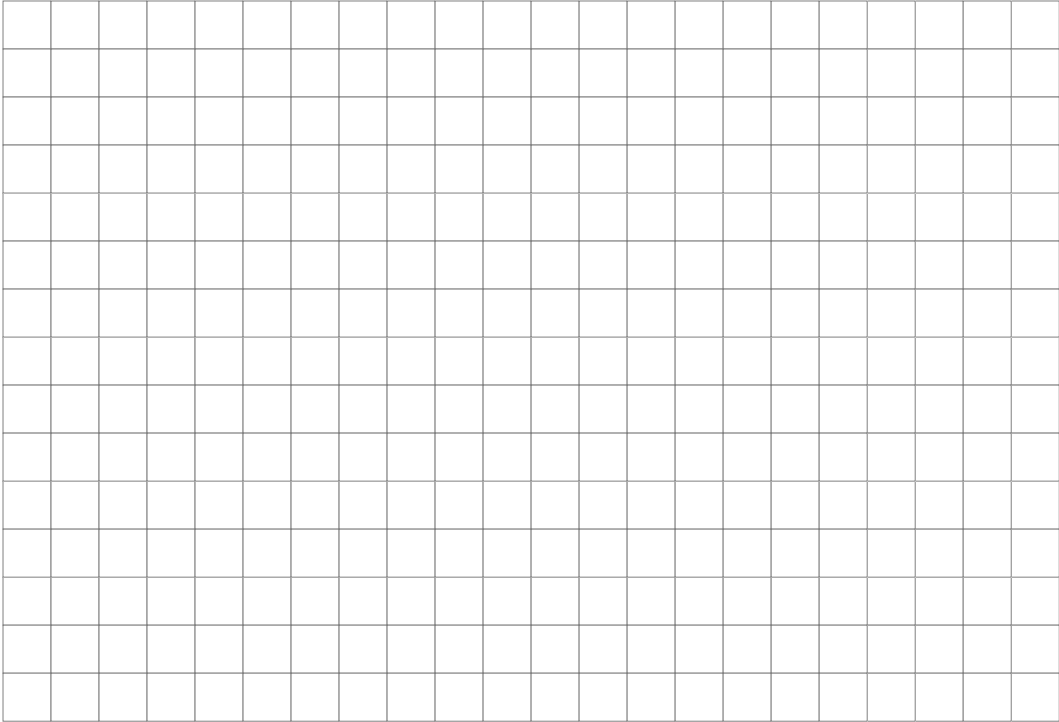
Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető.

Kérjük, hogy a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!

I.

- 1.** Egy egyenlő szárú háromszög alapjának végpontjai $A(3; 5)$ és $B(7; 1)$. A háromszög harmadik csúcsa illeszkedik az y tengelyre.
- a)** Számítsa ki a háromszög harmadik csúcsának koordinátáit!
 - b)** Írja fel a háromszög köré írt kör egyenletét!

| | | |
|------------|----------------|--|
| a) | 4 pont | |
| b) | 8 pont | |
| Ö.: | 12 pont | |



Matematika — emelt szint

Azonosító jel:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Matematika — emelt szint

Azonosító jel:

| | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

-
2. Adott egy kék és egy piros kocka. A piros kocka felszíne 25%-kal kisebb, mint a kék kocka felszíne. Hány százalékkal kisebb a piros kocka térfogata, mint a kék kocka térfogata?

| | |
|----------------|--|
| 12 pont | |
|----------------|--|

Matematika — emelt szint

Azonosító jel:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Matematika — emelt szint

Azonosító jel:

| | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

3. Az $x^2 - x + p = 0$ egyenlet valós gyökei eggyel kisebbek, mint az $x^2 + px - 1 = 0$ egyenlet valós gyökei.
- a) Számítsa ki a p valós paraméter értékét!
- b) Számítsa ki mindkét egyenlet valós gyökeit $p = 5$ esetén!

| | | |
|-----|---------|--|
| a) | 9 pont | |
| b) | 4 pont | |
| Ö.: | 13 pont | |

Matematika — emelt szint

Azonosító jel:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

| | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

4. Egy 30 fős tudóscsoport a számítógépeknek a kutatásban, az oktatásban és a kommunikációban betöltött szerepével foglalkozik. Közülük mindenki publikált már legalább az egyik témában. A csoport tagjai közül 12-en írtak már tanulmányt a számítógép kutatásban betöltött szerepéről, 18-an a számítógép oktatásban betöltött szerepéről, és 17 tudós jelent meg tanulmánya a számítógépnek a kommunikációban betöltött szerepéről. A csoportban 7 olyan tudós van, aki a fentiek közül pontosan két témakörben jelentetett már meg tanulmányt.
- a) Egy televíziós beszélgetésre véletlenszerűen kiválasztanak a csoport tagjai közül egy tudóst. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a kiválasztott tudósnak mindhárom témakörben jelent már meg tanulmánya?
- b) Hány olyan tudós van a csoport tagjai között, aki kifejezetten specialista, azaz csak az egyik témakörben jelent meg tanulmánya?

| | | |
|-----|---------|--|
| a) | 10 pont | |
| b) | 4 pont | |
| Ö.: | 14 pont | |

Matematika — emelt szint

Azonosító jel:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

| | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

II.

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

5. Egy középkori, román stílusban épült templom tornyának tetőrésze egy olyan négyoldalú szabályos gúla, amelynek alapéle ugyanolyan hosszú, mint az oldaléle. A felújítás alkalmával ebben a tetőrészben egy olyan maximális méretű kocka alakú helyiséget alakítottak ki, amelynek járószintje a gúla alaplajján van, mennyezetének sarkai a gúla oldaléleire illeszkednek.

a) Mekkora a tetőtéri helyiség alapterülete, ha a gúla élei 8 m hosszúak?

b) A toronytető légterének hány százalékát foglalja el ez a helyiség?

| | | |
|-----|---------|--|
| a) | 9 pont | |
| b) | 7 pont | |
| Ö.: | 16 pont | |

Matematika — emelt szint

Azonosító jel:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

| | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

6. Adottak az $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = -x^2 + 10x - 22$ és a $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = -x + 6$ függvények.
- a) Oldja meg az $f(x) = g(x)$ egyenletet!
 - b) Írja fel az $y = f(x)$ és az $y = g(x)$ egyenletű alakzatok közös pontjaiban az $y = f(x)$ egyenletű görbéhez húzható érintők egyenletét!
 - c) Ábrázolja az f és a g függvény grafikonját! Számítsa ki az $y = f(x)$, $y = g(x)$ egyenletű grafikonok és az $x = 6$ egyenletű egyenes által közrefogott, az y tengelyhez közelebbi síkidom területét!

| | | |
|------------|----------------|--|
| a) | 3 pont | |
| b) | 7 pont | |
| c) | 6 pont | |
| Ö.: | 16 pont | |

| | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

7. A Szegedről Budapestre közlekedő vonat hétfőn Cegléd és Budapest között pályaépítési munkálatok miatt harmadára volt kénytelen csökkenteni az addigi átlagsebességét. Hétfőn a Cegléd-től számított 19 km-es szakaszon újra a régi átlagsebességével mehetett, viszont utána Budapestig megint harmad akkora lehetett csak a vonat átlagsebessége. Így hétfőn 30 perccel többet késett, mint a hétfőn.

- a) Mekkora a vonat eredeti átlagsebessége km/h-ban?

A MÁV költségvetésének összeállításához gyakran készít statisztikát arról, hogy az egyes vonalakon utazó utasok között hogyan oszlanak meg a kedvezmények, a menetjegy árak. Az egyik Budapestről Szegedre közlekedő vonaton, ahol csak II. osztályú kocsik voltak, összesen 400 utas utazott Budapesttől Szegedig (tehát az induló állomástól a végállomásig). Erre a távolságra nézve a teljes árú II. osztályú menetjegy közelítőleg 2 000 Ft. (Az egyszerűség kedvéért ezzel az árral számolunk.) A jegyellenőrök minden utas esetében feljegyezték, hogy milyen jeggyel, milyen kedvezménnyel utazott. Az adatokat a következő táblázat foglalja össze. (x %-os mérséklésű a menetjegy, ha a teljes ár x %-kal csökkentett értékét kell fizetni érte.)

| Menetjegy jellege | Teljes árú | 20%-os mérséklésű | 33%-os mérséklésű | 50%-os mérséklésű | 67,5%-os mérséklésű | 75%-os mérséklésű | 90%-os mérséklésű | 95%-os mérséklésű | Ingyenes |
|-----------------------|------------|-------------------|-------------------|-------------------|---------------------|-------------------|-------------------|-------------------|----------|
| Utasok száma | 84 | 18 | 44 | 110 | 11 | 35 | 31 | 29 | 38 |
| Tényleges jegyár (Ft) | | | | | | | | | |

- b) Töltse ki a táblázatot, és határozza meg, hogy az átlagos jegyár hány százalékos mérséklésű jegyárnak felel meg!

| | | |
|------------|----------------|--|
| a) | 10 pont | |
| b) | 6 pont | |
| Ö.: | 16 pont | |

Matematika — emelt szint

Azonosító jel:

| | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

- 8. a)** A tízes számrendszerben felírt egyjegyű \overline{a} , kétjegyű \overline{ab} és háromjegyű \overline{bba} szám ebben a sorrendben egy számtani sorozat első három tagja. (Azonos betűk azonos, különböző betűk különböző számjegyeket jelölnek.) Számítsa ki a sorozat differenciáját és az első száz elem összegét!
- b)** Bizonyítsa be, hogy egy mértani sorozat első n elemének, második n elemének és harmadik n elemének összege egy mértani sorozat három egymást követő eleme!

| | | |
|------------|----------------|--|
| a) | 7 pont | |
| b) | 9 pont | |
| Ö.: | 16 pont | |

Matematika — emelt szint

Azonosító jel:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

9. Egy gimnázium alapítványának kuratóriuma úgy döntött, hogy elindít egy lottójátékot, amelynek bevételeiből bizonyos részt a nyereményekre, bizonyos részt jótékonyági célokra fordít. Ebben a játékban heti rendszerességgel az első 40 pozitív egész számból húznak ki véletlenszerűen négyet. András a következő módon választja ki azokat a számokat, amelyeket megjátsszik ezen a lottón: az első két szám kiválasztása után harmadiknak az első két szám összegét, negyediknek pedig az első három szám összegét választja.
- Legfeljebb mekkorának választhatja András a legkisebb számot?
 - Ha András a legkisebb számot a lehető legnagyobb választja meg, akkor melyik számok szerepelhetnek a helyesen kitöltött szelvényen?
 - Mennyi a valószínűsége annak, hogy Andrásnak telitalálata lesz, ha az egyik héten a fenti szabálynak megfelelő minden egyes számnegyest pontosan egyszer megjátsszik?

| | | |
|------------|----------------|--|
| a) | 4 pont | |
| b) | 4 pont | |
| c) | 8 pont | |
| Ö.: | 16 pont | |

Matematika — emelt szint

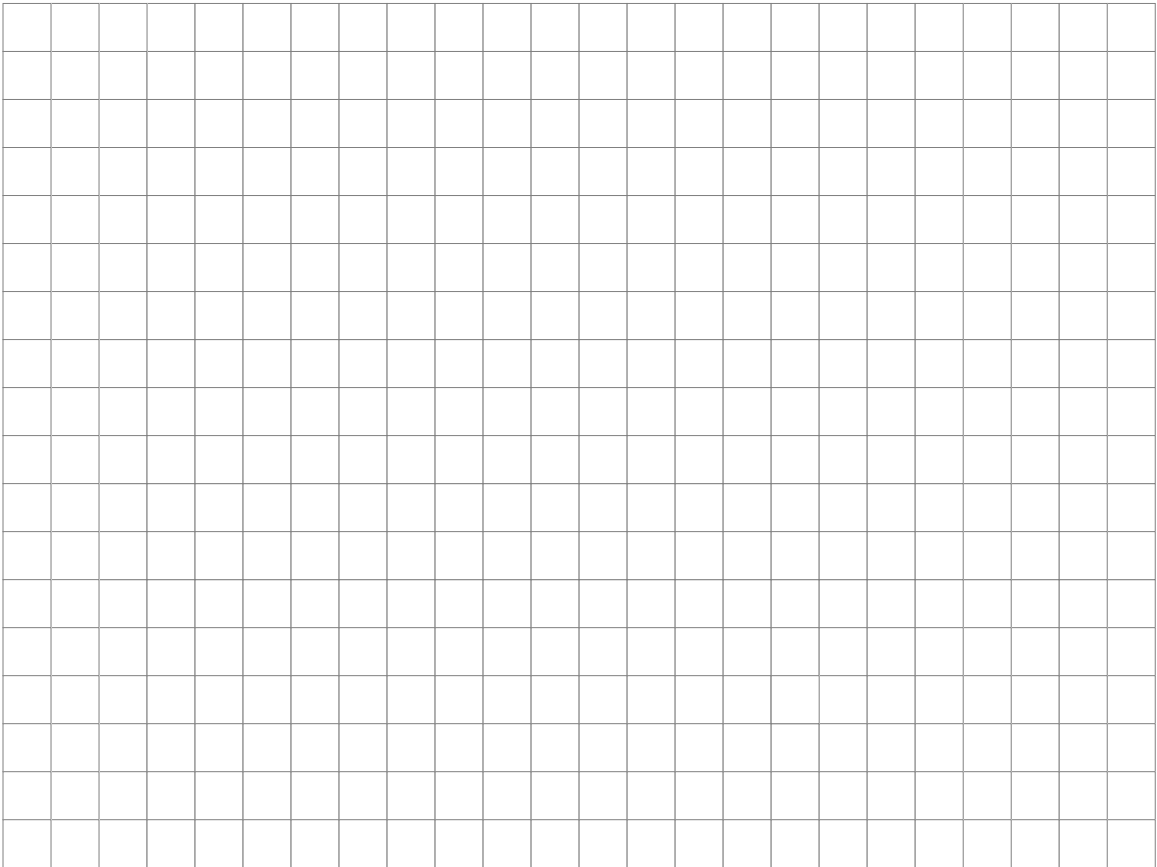
Azonosító jel:

| | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Azonosító jel:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

(Ezen az oldalon is készíthet vázlatokat, vagy megoldásokat.)



| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

| | a feladat sorszáma | elért pontszám | összesen | maximális pontszám |
|---------------------|--------------------|--------------------------|----------|--------------------|
| I. rész | 1. | | | 12 |
| | 2. | | | 12 |
| | 3. | | | 13 |
| | 4. | | | 14 |
| II. rész | | | | 16 |
| | | | | 16 |
| | | | | 16 |
| | | | | 16 |
| | | ← nem választott feladat | | |
| MINDÖSSZESEN | | | | 115 |

_____ dátum

_____ javító tanár

| | a feladat sorszáma | elért pontszám | programba beírt pontszám |
|----------|--------------------|----------------|--------------------------|
| I. rész | 1. | | |
| | 2. | | |
| | 3. | | |
| | 4. | | |
| II. rész | | | |
| | | | |
| | | | |

_____ dátum

_____ javító tanár

_____ jegyző