

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2006. május 9.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI ÉRETTSÉGI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

OKTATÁSI MINISZTERIUM

Fontos tudnivalók

Formai előírások:

- A dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal** kell javítani, és a tanári gyakorlatnak megfelelően jelölni a hibákat, hiányokat stb.
- A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerül.
- **Kifogástalan megoldás** esetén elég a maximális pontszám beírása a megfelelő téglalapokba.
- Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra.

Tartalmi kérések:

- Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
- A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
- Nyilvánvalóan helyes gondolatmenet és végeredmény esetén maximális pontszám adható akkor is, ha a leírás az útmutatóban szereplőnél **kevésbé részletezett**.
- Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, és a megoldandó probléma lényegében nem változik meg, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
- **Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel, mint kiinduló adattal helyesen számol tovább a következő gondolati egységben vagy részkérdésben, akkor erre a részre kapja meg a maximális pontot, ha a megoldandó probléma lényegében nem változott meg.
- Ha a megoldási útmutatóban zárójelben szerepel egy **mértékegység**, akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.
- Egy feladatra adott többféle megoldási próbálkozás közül **csak egy** (a magasabb pontszámú) **értékelhető**.
- A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont) **nem adható**.
- Az olyan részszámításokért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
- **A vizsgafeladatsor II./B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető**. A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha mégsem derül ki egyértelműen, hogy a vizsgázó melyik feladat értékelését nem kéri, akkor automatikusan a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladat lesz az, amelyet nem kell értékelni.

I.

1.		
$A \cap B = \{12; 16; 20\}$	2 pont	<i>Ha két elemet helyesen megad, 1 pontot kaphat.</i>
Összesen:	2 pont	<i>Az A és B halmaz elemei külön nem pontozandók.</i>

2.		
A befogó: $3 \cdot \sin 42^\circ \approx 2,01 \text{ cm.}$	2 pont	<i>A befogó: 1 pont, kerekítés: 1 pont.</i>
Összesen:	2 pont	

3.		
a) igaz	1 pont	
b) hamis	1 pont	
c) igaz	1 pont	
d) hamis	1 pont	
Összesen:	4 pont	

4.		
A módusz: 174.	1 pont	
A medián: 173.	1 pont	
Összesen:	2 pont	

5.		
$3y - x = 3$ vagy $y = \frac{1}{3}x + 1$ ($x \in [-9; 9]$)	3 pont	<i>Ha csak a meredekség helyes, akkor 1 pont jár; az y tengellyel való metszéspont helyessége is 1 pontot ér.</i>
Összesen:	3 pont	<i>Akkor is jár a 3 pont, ha a vizsgázó az alakzat egyenlete helyett a hozzárendelés képletét adja meg.</i>

6.		
Szemléltetés.	1 pont	<i>Csak hibátlan hálózatra adható az 1 pont.</i>
A foksámok összege: 14.	1 pont	
Összesen:	2 pont	

7.		
Nem minden nagymama szereti az unokáját. vagy: Van olyan nagymama, aki nem szereti az unokáját.	2 pont	<i>Bármelyik helyes válasz 2 pontot ér.</i>
Összesen:	2 pont	

8.		
A hatványkitevő: $-\frac{1}{2}$.	2 pont	<i>A hatványkitevő bármilyen formában megadható.</i>
Összesen:	2 pont	<i>Ha válaszként $10^{-\frac{1}{2}}$-t ír, akkor 1 pontot kap.</i>

9.		
Az értékkészlet: $-1 \leq y \leq 3$, y valós szám, vagy $[-1; 3]$.	2 pont	<i>Azt, hogy y valós szám, nem kell megadnia.</i>
Összesen:	2 pont	

10.		
A lehetséges elhelyezések száma: $12 (= 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2)$.	3 pont	
Összesen:	3 pont	<i>Ha az összes elhelyezést nem, de legalább hatot felsorol, 1 pont adható.</i>

11.		
Az összes esetek száma: 90.	1 pont	
A kedvező esetek száma: 9.	1 pont	
A valószínűség: $\frac{9}{90} = 0,1$.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

12.		
A kör egyenlete: $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$.	1 pont	
A $P(1; -3)$ pont koordinátáit behelyettesítve: $25 = 25$,	1 pont	<i>A P pont és a kör középpontjának távolságával is számolhat.</i>
tehát a P pont illeszkedik a körre.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

II./A

13.		
A logaritmus és a négyzetgyökvonás értelmezése miatt $x > \frac{2}{3}$ és $x > \frac{7}{4}$,	1 pont*	
vagyis $x > \frac{7}{4}$ esetén értelmezett az egyenlet.	1 pont*	
A logaritmus azonosságának felhasználásával $\lg(\sqrt{3x-2} \cdot \sqrt{4x-7}) = \lg 2$.	2 pont	
A tízes alapú logaritmus függvény szigorúan monoton növekedő, ezért $\sqrt{3x-2} \cdot \sqrt{4x-7} = 2$.	1 pont	<i>Indoklás nélkül is jár az 1 pont.</i>
A négyzetre emelés után $(3x-2) \cdot (4x-7) = 4$.	1 pont	
A műveletek elvégzése és rendezés után $12x^2 - 29x + 10 = 0$.	2 pont	
Az egyenlet megoldásai $x_1 = 2$; $x_2 = \frac{10}{24} \left(= \frac{5}{12} \right)$.	2 pont	
Ellenőrzés: az $x_1 = 2$ gyököt behelyettesítve igaz egyenlőséget kapunk.	1 pont	
Az $x_2 = \frac{5}{12}$ nem gyöke az egyenletnek.	1 pont	<i>* Ha nem végzi el az alaphalmaz szűkítését, de az ellenőrzés jó, akkor is jár az 1+1 pont.</i>
Összesen:	12 pont	

14. a)		
Az esernyő AB hosszára felírjuk a koszinusztételt: $AB^2 = 25^2 + 60^2 - 2 \cdot 25 \cdot 60 \cdot \cos 120^\circ$.	3 pont	<i>A koszinusztétel alkalmazhatóságának felismerése 2 pont, jó behelyettesítés 1 pont.</i>
$AB^2 = 5725$	1 pont	
$AB = \sqrt{5725} \approx 76$ cm az esernyő hossza.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

14. b)		
Ha az A végponttól mért kötélzár hossza x , akkor a másik $85 - x$.	1 pont	<i>Az 1 pont akkor is jár, ha a megfelelő felbontás a Pitagorasz-tétel felírásából derül ki.</i>
A derékszögű háromszögben a Pitagorasz-tétel szerint: $x^2 + (85 - x)^2 = 5725$.	1 pont	
$x^2 + 85^2 + x^2 - 170x = 5725$	1 pont	<i>A négyzetre emelés elvégzése.</i>
$x^2 - 85x + 750 = 0$	1 pont	<i>Az összevonásért.</i>
A másodfokú egyenlet gyökei: 75 és 10.	2 pont	
A derékszögű csúcs az A végponttól 75 cm-re vagy 10 cm-re lehet.	1 pont	
Összesen:	7 pont	

15. a)		
<p>The bar chart displays the number of players in three age groups. The vertical axis (y-axis) is labeled 'a játékosok száma' and has numerical markings at 1, 5, 7, and 10. The horizontal axis (x-axis) is labeled 'korcsoportok' and has three categories: 'utánpótlás', 'húzóemberek', and 'rangidősök'. The bars represent the following values: 'utánpótlás' has 5 players, 'húzóemberek' has 10 players, and 'rangidősök' has 7 players.</p>		
Összesen:	4 pont	<i>A korcsoportonkénti szétválasztás 2 pont, a tengelyek felirata 1 pont, az ábrázolás 1 pont.</i>

15. b)		
A csapat átlagéletkora: $\frac{19 + 20 + 3 \cdot 21 + 2 \cdot 22 + 3 \cdot 23 + 24 + 4 \cdot 25 + 3 \cdot 26 + 27 + 3 \cdot 28}{22} =$ $= \frac{528}{22} = 24 \text{ év.}$	3 pont	<i>Számolási hiba esetén legfeljebb 2 pont adható.</i>
Összesen:	3 pont	

15. c)		
A négy fő 25 évesből kettőt kiválasztunk: $\binom{4}{2}$ -féleképpen (= 6). A három fő 28 évesből kettőt kiválasztunk: $\binom{3}{2}$ -féleképpen (= 3).	3 pont	<i>A kiválasztási modell megtalálása 1 pont, a két eset 1-1 pont. (A kombinatorikus képletek nélkül megadott jó válaszok is teljes értékűek.)</i>
Az öt fő kiválasztása $6 \cdot 3 \cdot 1 = 18$ -féleképpen történhet.	2 pont	
Összesen:	5 pont	<i>Indoklás nélkül legfeljebb 2 pont adható.</i>

II./B

16. a)		
20 000 Ft 2,5%-a 500 Ft, a kezelési költség.	1 pont	
19 500 Ft-ért $19\,500 \cdot 146 = 2\,847\,000$ lej kap kézhez.	2 pont	<i>284,7 ÚJ LEJ-ként is elfogadható a válasz.</i>
Összesen:	3 pont	
16. b)		
300 ÚJ LEJ = 3 000 000 lej	1 pont	
Ha x Ft-ért kapja meg ezt a pénzt, akkor $x \cdot 0,975 \cdot 146 = 3\,000\,000$.	3 pont	
Ebből $x = 21\,075$ Ft.	1 pont	
Összesen:	5 pont	<i>Számolási hiba esetén legfeljebb 4 pontot kap.</i>
16. c)		
$1 \text{ ÚJ LEJ} = \frac{10000}{146} \text{ Ft} = 68,49 \text{ Ft}$	3 pont	<i>Számolási hibáért, hibás kerekítésért 1-1 pont levonandó.</i>
Összesen:	3 pont	
16. d)		
A nyolc érme közül véletlenszerűen $\binom{8}{4}$ -féleképpen választunk ki négyet, tehát az összes eset 70.	1 pont	<i>Nem kívánjuk meg annak kimondását, hogy ezek mindegyike azonos valószínűséggel adódhat.</i>
A „jó” eset négy pénzermézből csak úgy állhat elő, hogy $90 = 50 + 20 + 10 + 10$.	1 pont	
Az egy darab 50-est egyféleképpen, az egy darab 20-ast a háromból háromféleképpen, a két darab 10-est a négyből hatféleképpen választhattuk.	2 pont	
90 ÚJ BANI tehát $1 \cdot 3 \cdot 6 = 18$ -féleképpen akadáhatott a pénztáros kezébe.	1 pont	
A valószínűség: $\frac{18}{70} \approx 0,2571$.	1 pont	
Összesen:	6 pont	

17. a)		
$a_3 = 5 \cdot q^2$, $a_5 = 5 \cdot q^4$.	2 pont	
Összesen:	2 pont	

17. b)		
$a_4 = 5 + 3d,$ $a_{16} = 5 + 15d.$	2 pont	
Összesen:		2 pont
17. c)		
$5 \cdot q^2 = 5 + 3d,$ $5 \cdot q^4 = 5 + 15d.$	2 pont	
d - t kiküszöbölve: $q^4 - 5 \cdot q^2 + 4 = 0.$	3 pont	<i>Az első egyenletet négyzetre emelve q-t is kiejtjük, és ekkor $d(d - 5) = 0.$</i>
Behelyettesítve a q^2 -re másodfokú egyenlet együtthatóit a megoldóképletbe,	1 pont	
$q^2 = 1$ vagy 4 adódik.	2 pont	
Innen q -ra ± 1 , illetve ± 2 .	2 pont	<i>Ha csak a pozitív értéket adja meg, 1 pontot kap.</i>
d értékei rendre: 0, illetve 5.	1 pont	
A megoldásoknak a szövegbe való behelyettesítése.	2 pont	
Összesen:		13 pont
18. a)		
A 31,4 cm-es oldal a henger alapkörének területét adja: $31,4 = 2r \cdot \pi.$	1 pont	
$r \approx 5$ (cm)	1 pont	
$V_{\text{henger}} = r^2 \cdot \pi \cdot 14$	1 pont	
A henger térfogata $\approx 1,1 \text{ dm}^3.$	1 pont	
Összesen:		4 pont

18. b)		
<p>The diagram shows a cone with a vertical height line labeled $m = 14\text{cm}$. The slant height is labeled R. The base is an ellipse with a radius r indicated on both sides. A right-angle symbol is shown at the center of the base where the height line meets the base.</p>		
Összesen:		2 pont
18. c)		
A félkörív $R \cdot \pi$ hosszúsága a kúp alapkörének területét adja, $R \cdot \pi = 2r \cdot \pi$;	1 pont*	<i>Indoklás nélkül is jár az 1 pont.</i>
tehát $r = \frac{R}{2}$.	1 pont	<i>*Bármilyen helyes indoklás után a jó arány megállapítása esetén is jár az 1+1 pont.</i>
Az $\frac{R}{2}$, a 14 és a R oldalakkal rendelkező derékszögű háromszögre felírjuk a Pitagorasz-tételt:	1 pont	
$\frac{R^2}{4} + 14^2 = R^2$.	1 pont	
Az egyenletből: $R = \frac{28}{\sqrt{3}} \approx 16,2 \text{ cm}$.	2 pont	
Összesen:		6 pont

18. d)		
Az alapkör területe: $r^2 \cdot \pi$.	1 pont	$\approx 206 \text{ cm}^2$ (itt $r \approx 8,1 \text{ cm}$)
A kúppalást területe: $\frac{R^2 \pi}{2}$.	1 pont	$\approx 412 \text{ cm}^2$
A területek aránya: $\frac{r^2 \pi}{0,5 \cdot R^2 \pi} = \frac{2r^2}{R^2}$	1 pont	
Beírva az $r = \frac{R}{2}$ kifejezést:	1 pont*	<i>Konkrét értékekkel való számolás esetén erre a sorra nincs szükség.</i>
a területek aránya: $\frac{1}{2}$.	1 pont	<i>* A helyes arány megállapítása esetén is jár az 1 + 1 pont.</i>
Összesen:	5 pont	