

**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2007. május 8.**

# **MATEMATIKA**

## **EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI ÉRETTSÉGI VIZSGA**

### **JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ**

**OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS  
MINISZTERIUM**

---

---

## Fontos tudnivalók

### Formai előírások:

1. A dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal** kell javítani, és a tanári gyakorlatnak megfelelően jelölni a hibákat, hiányokat stb.
2. A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerül.
3. **Kifogástalan megoldás** esetén elég a maximális pontszám beírása a megfelelő téglalapokba.
4. Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra.

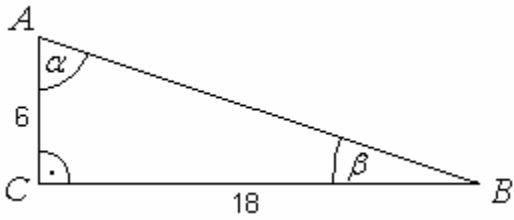
### Tartalmi kérések:

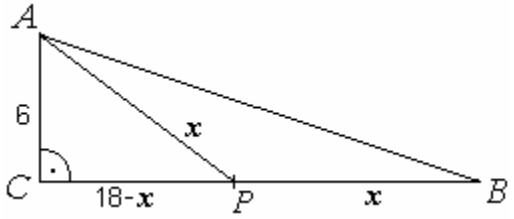
1. Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
2. A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
3. Nyilvánvalóan helyes gondolatmenet és végeredmény esetén maximális pontszám adható akkor is, ha a leírás az útmutatóban szereplőnél **kevésbé részletezett**.
4. Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, és a megoldandó probléma lényegében nem változik meg, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
5. **Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel, mint kiinduló adattal helyesen számol tovább a következő gondolati egységben vagy részkérdésben, akkor erre a részre kapja meg a maximális pontot, ha a megoldandó probléma lényegében nem változik meg.
6. Ha a megoldási útmutatóban zárójelben szerepel egy **megjegyzés** vagy **mértékegység**, akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.
7. Egy feladatra adott többféle helyes megoldási próbálkozás közül **a vizsgázó által megjelölt változat értékelhető**. (Ha a vizsgázó nem jelölte ki az értékelendő változatot, a javító tanár a legutolsó megoldási próbálkozást értékeli!)
8. A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont) **nem adható**.
9. Az olyan részszámításokért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
10. **A vizsgafeladatsor II. részében kitűzött 5 feladat közül csak 4 feladat megoldása értékelhető**. A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha mégsem derül ki egyértelműen, hogy a vizsgázó melyik feladat értékelését nem kéri, akkor automatikusan a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladat lesz az, amelyet nem kell értékelni.

**I.**

<b>1.</b>		
<b>1. megoldás</b>		
$\sin \frac{\pi}{2} = 1.$	1 pont	
$\lg 1 = 0.$	1 pont	
$2^{\log_2 9} = 9.$	1 pont	
Így az $\frac{x^2 - 10x - 24}{x^2 - x - 6} = 10$ egyenletet kell megoldani.		
Ebből: $x^2 = 4.$	4 pont	
$x_1 = 2.$	1 pont	
$x_2 = -2.$	1 pont	
Ellenőrzés: $x = 2$ megoldás.	1 pont	
$x = -2$ nem megoldás.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>11 pont</b>	
<i>Ha vizsgálja az értelmezési tartományt, és ennek alapján az <math>x = -2</math>-t kizárja, az <math>x = 2</math>-t pedig az ÉT alapján elfogadja (se nem ellenőrzi, se nem hivatkozik ekvivalens átalakításokra), akkor maximum 10 pont jár.</i>		
<i>Ha a feladat megoldása során a tanuló csak az értelmezési tartományt vizsgálja (<math>x \neq -2</math> és <math>x \neq 3</math>), és más értékelhető elemet nem tartalmaz a megoldása, akkor a helyes értelmezési tartomány megállapításáért 2 pont jár.</i>		

<b>2. megoldás</b>		
$x^2 - 10x - 24 = (x + 2)(x - 12).$	1 pont	
$x^2 - x - 6 = (x + 2)(x - 3).$	1 pont	
$x \neq -2.$	1 pont	
$\frac{x^2 - 10x - 24}{x^2 - x - 6} = \frac{x - 12}{x - 3}.$	1 pont	<i>Az átalakítások után az egyszerűsített egyenletért 4 pont jár.</i>
$\sin \frac{\pi}{2} = 1.$	1 pont	
$\lg 1 = 0.$	1 pont	
$2^{\log_2 9} = 9.$	1 pont	
Behelyettesítve az egyszerűsített egyenletbe: $\frac{x - 12}{x - 3} = 10.$	1 pont	
$x = 2.$	2 pont	
Ellenőrzés: $x = 2$ megoldás.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>11 pont</b>	

<b>2.</b>		
<b>a)</b>		
		
A szokásos jelölésekkel: $\operatorname{tg} \beta = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$ .	1 pont	
$\beta \approx 18,43^\circ$ .	1 pont	
Ekkor $\alpha = 90^\circ - \beta \approx 71,57^\circ$ .	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>	<i>A fok jelölése nélkül legfeljebb 2 pont adható.</i>
<i>Minden helyesen (egészre, tizedre) kerekített érték elfogadható.</i>		

<b>b)</b>		
		
Jelöljük a derékszögű háromszögben a $PB$ szakasz hosszát $x$ -szel.	2 pont	<i>Ezt a pontot akkor is megkapja, ha a magyarázó szöveg helyett megfelelő ábrát készít.</i>
A $PCA$ derékszögű háromszögben: $6^2 + (18 - x)^2 = x^2$ .	2 pont	
$36 + 324 - 36x + x^2 = x^2$ . $x = 10$ .		<i>Ha a négyzetre emelést rosszul végzi el, akkor ez a 2 pont nem jár.</i>
Tehát $PB = 10$ cm.	2 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>6 pont</b>	
<i>Más megoldás esetén az adatok helyes rögzítésért (szövegben vagy ábrán) 1 pont; az <math>AB</math> szakasz kiszámolásáért 1 pont; a <math>PB</math> kiszámításáért (koszinusztétel vagy szinusztétel vagy szögfüggvény segítségével) 4 pont jár a helyesen kerekített értékkel számolva is.</i>		

c)		
<p>Tekintsük a tetraéder alapjának az <math>ABC</math> háromszöget, ekkor a testmagasság <math>CD</math> lesz:  <math>m = 15</math> cm.</p>	2 pont	<i>Ezt elegendő az ábrán is jelölni.</i>
<p>Az <math>ABC</math> háromszög területe: <math>54</math> cm<sup>2</sup>.  <math>V = \frac{Tm}{3}</math>.  <math>V = \frac{54 \cdot 15}{3}</math>.          Így a keresett térfogat: <math>270</math> cm<sup>3</sup>.</p>	2 pont	<i>A mértékegység nélküli válasz 1 pont</i>
<b>Összesen: 4 pont</b>		
<i>Ha a vizsgázó érdemben nem foglalkozik a feladattal, de a derékszögű tetraéder ábrája helyes (de nincs rajta a <math>DC=15</math>), akkor 1 pontot kap.</i>		

<b>3.</b>		
<b>1. megoldás</b>		
A mértani sorozat tagjai: $a; aq; aq^2$ . (1) $a + aq + aq^2 = 26$ .	1 pont	
A számtani sorozat tagjai: $a + 1; aq + 6; aq^2 + 3$ .	1 pont	
Ezért: $aq + 6 = \frac{a + 1 + aq^2 + 3}{2}$ .	1 pont	
Rendezve: (2) $a - 2aq + aq^2 = 8$ .	1 pont	
A két egyenlet különbsége: $3aq = 18$ , ahonnan $q = \frac{6}{a}$ .	2 pont	
Behelyettesítve az (1)-be: $a + a \cdot \frac{6}{a} + a \cdot \left(\frac{6}{a}\right)^2 = 26$ .	1 pont	
Ebből: $a^2 - 20a + 36 = 0$ .	1 pont	
A másodfokú egyenlet gyökei: $a = 2$ és $a = 18$ .	1 pont	
Visszahelyettesítés után: $q_1 = 3$ ,	1 pont	
$q_2 = \frac{1}{3}$ .	1 pont	
Tehát a keresett számtani sorozat első három tagja: 3; 12; 21,	1 pont	
illetve: 19; 12; 5.	1 pont	
Ezek megfelelnek a feladat feltételeinek.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>14 pont</b>	

<b>2. megoldás</b>		
A számtani sorozat első három tagjának összege: $26 + (1 + 6 + 3) = 36$ ,	1 pont	
Ezért a második tagja 12.	2 pont	
Jelöljül a számtani sorozat különbségét $d$ -vel, ekkor a sorozat első három tagja: $12-d; 12; 12+d$ .	1 pont	
A mértani sorozat tagjai: $11-d; 6; 9+d$ .	2 pont	
Ezért $6^2 = (11-d) \cdot (9+d)$ ;	2 pont	
ahonnan $d^2 - 2d - 63 = 0$ .	1 pont	
$d = 9$ vagy $d = -7$ .	1 pont	

Tehát a keresett számtani sorozat első három tagja: 3; 12; 21,	1 pont	
illetve: 19; 12; 5.	1 pont	
Ezek megfelelnek a feladat feltételeinek: a mértani sorozat megfelelő tagjai: 2; 6; 18 illetve 18; 6; 2.	2 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>14 pont</b>	

<b>3. megoldás</b>		
A mértani sorozat tagjai: $\frac{a}{q}; a; aq$ .		
$\frac{a}{q} + a + aq = 26$ .	1 pont	
A feladat szerint az egyes tagok értékét megnövelve kapjuk: $\left(\frac{a}{q} + 1\right) + (a + 6) + (aq + 3) = 36$ .	3 pont	
A számtani sorozat tulajdonságai miatt $a + 6 = 12$ .	2 pont	
Tehát $a = 6$ .	1 pont	
$6 \cdot \left(\frac{1}{q} + q + 1\right) = 26$ $3q^2 - 10q + 3 = 0$	2 pont	
$q_1 = \frac{1}{3}$	1 pont	
$q_2 = 3$	1 pont	
Tehát a keresett számtani sorozat első három tagja: 3; 12; 21,	1 pont	
illetve: 19; 12; 5.	1 pont	
Ezek megfelelnek a feladat feltételeinek.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>14 pont</b>	

<b>4.</b>		
<b>a)</b>		
A helyes parabola ábrázolása az adott intervallumban.	3 pont	<i>Ha nem a megadott intervallumon ábrázol, akkor 2 pont.</i>
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>	<i>Helyes ábra esetén magyarázat hiánya miatt ne vonjunk le pontot!</i>

<b>b)</b>		
<b>1. megoldás</b>		
A parabola egy adott pontjában húzott érintő meredekségét itt az első derivált segítségével kaphatjuk meg. $y' = 2x - 8.$	4 pont	<i>Az első derivált helyes megadásáért indoklás nélkül is jár a 4 pont.</i>
Az érintési pont első koordinátájának behelyettesítésével: $y'(5) = 2 = m.$	2 pont	
$y = mx + b$ $P(5; -4),$ $-4 = 10 + b,$ $b = -14.$	2 pont	<i>Az <math>y + 4 = 2(x - 5)</math> alakkal is dolgozhat.</i>
Az érintő egyenlete: $y = 2x - 14.$	2 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>10 pont</b>	

<b>2. megoldás</b>		
Az érintő nem párhuzamos az $y$ -tengellyel, ezért egyenletét $y = mx + b$ alakban keressük.	1 pont	<i>A gondolat ábrán való megjelenítése is elfogadható.</i>
A $P(5; -4)$ koordinátáit behelyettesítve: $-4 = 5m + b,$ $b = -4 - 5m.$ Visszahelyettesítve: $y = mx - 4 - 5m.$	1 pont	
Ha a következő egyenletrendszernek egy megoldása van, akkor a keresett egyenes érintő lesz: $\left. \begin{array}{l} y = x^2 - 8x + 11 \\ y = mx - 4 - 5m \end{array} \right\}$	1 pont	
$mx - 4 - 5m = x^2 - 8x + 11$ $x^2 - 8x - mx + 15 + 5m = 0$	1 pont	
$D = (-8 - m)^2 - 4(15 + 5m) = 0$	2 pont	
$m^2 - 4m + 4 = 0$	1 pont	
$m = 2$	1 pont	
$b = -14$	1 pont	
Az érintő egyenlete: $y = 2x - 14.$	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>10 pont</b>	
<i>Ha a vizsgázó az érintő egyenletét olyan tétel (ismeret) alapján írja fel, amely nem tartozik a vizsgakövetelményekhez, akkor a felhasznált tételre pontosan kell hivatkoznia. Ennek elmaradása esetén legfeljebb 8 pont adható.</i>		



**II.**

**Az 5–9. feladatok közül a tanuló által megjelölt feladatot nem kell értékelni.**

<b>5.</b>		
<b>a)</b>		
$x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2.$	1 pont	
Mivel ez minden valós $x$ értékre nemnegatív, ezért a legbővebb részhalmaz az $\mathbf{R}$ .	1 pont	<i>Magyarázó szöveg nélkül is jár az 1 pont.</i>
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

<b>b)</b>		
$\sqrt{(x - 3)^2} =  x - 3 .$	2 pont	<i>Ha nem jelöli az abszolútértéket, de esetszétválasztással indokol, akkor is jár a 2 pont.</i>
	3 pont	<p><i>Ha elsőfokú függvényt ábrázol, legfeljebb 1 pontot kap.</i></p> <p><i>Ha a grafikon jó, de az intervallum nem, akkor 2 pont jár.</i></p>
<b>Összesen:</b>	<b>5 pont</b>	

<b>c)</b>		
<b>A:</b> Hamis.	1 pont	<i>Az állítások igazságtartalmát a tanuló által felrajzolt függvény alapján kell eldönteni.</i>
<b>B:</b> Hamis.	1 pont	
<b>C:</b> Igaz.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>	

<b>d)</b>		
<b>1. megoldás</b>		
$\int_{-3}^3 (x^2 - 6x + 9) dx = \left[ \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 9x \right]_{-3}^3 =$	3 pont	
$= (9 - 27 + 27) - (-9 - 27 - 27) =$	2 pont	<i>A jó eredményért, a számítás részletezése nélkül is 3 pont adható.</i>
$= 9 - (-63) = 72.$	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>6 pont</b>	

---

<b>2. megoldás</b>		
$\int_{-3}^3 (x^2 - 6x + 9) dx = \int_{-3}^3 (x - 3)^2 dx =$	1 pont	
$= \left[ \frac{(x - 3)^3}{3} \right]_{-3}^3 =$	3 pont	
$= 0 - (-72) = 72.$	2 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>6 pont</b>	

<b>6.</b>		
<b>a)</b>		
10 kg leszedett szilvából kimagozás után 9,5 kg szilva lesz.	1 pont	
A 9,5 kg kimagozott szilvában 90% víz, míg 10%, azaz 0,95 kg a szárazanyag-tartalom.	1 pont	
A 10 kg nyers szilvából készült aszalt szilvában ez a 0,95 kg a feltétel szerint a tömeg 95%-a, hiszen csak 5%-a víz.	2 pont	<i>Ha kiderül, hogy a szárazanyag-tartalom állandóságát felismerte, akkor jár a 2 pont.</i>
Tehát keressük, hogy hány kg-nak a 95%-a lesz 0,95 kg. Így adódik a 100%-ra 1 kg.	1 pont	
Azaz 10 kg szilvából valóban mindössze 1 kg aszalt szilva lesz.	1 pont	
<b>Összesen: 6 pont</b>		
<i>A pontok akkor is járnak, ha a számolásból világosan kiderül a gondolatmenet.</i>		

<b>b)</b>		
Ha $x$ kg volt a termése, akkor a feltétel szerint: $\frac{x}{2} \cdot 120 + \frac{x}{2} \cdot 0,1 \cdot 1400 = 286\,000.$	2 pont	<i>Hibás egyenlet felírása elvi hibának minősül.</i>
$x = 2200$ kg volt a termése.	1 pont	<i>Mértékegység nélkül ez a pont nem jár.</i>
<b>Összesen: 3 pont</b>		

<b>c)</b>		
<b>A:</b> $150^\circ$ $\frac{150^\circ}{360^\circ} = \frac{5}{12}$ rész; (300 kg) <b>B:</b> $90^\circ$ $\frac{90^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{4}$ rész; (180 kg) <b>C:</b> $18^\circ$ $\frac{18^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{20}$ rész; (36 kg) <b>D:</b> $102^\circ$ $\frac{102^\circ}{360^\circ} = \frac{17}{60}$ rész. (204 kg)	4 pont	<i>Az arányok megállapításáért vagy a mennyiségek kiszámításáért jár az 1-1 pont.</i>
Az átlagár a súlyozott közép: $\frac{120 \cdot \frac{5 \cdot 720}{12} + 200 \cdot \frac{720}{4} + 230 \cdot \frac{720}{20} + 260 \cdot \frac{17 \cdot 720}{60}}{720} =$ $= \frac{1111}{6} \approx 185,17.$	2 pont	<i>Ha a megadott négy ár számtani közepét számolja, akkor nem kaphat pontot.</i>
Tehát az átlagár kb. 185 Ft.	1 pont	<i>Mértékegység nélkül ez a pont nem jár.</i>
<b>Összesen: 7 pont</b>		
<i>Minden helyesen (egészre, tizedre) kerekített érték elfogadható.</i>		

<b>7.</b>		
<b>a)</b>		
$\binom{6}{3}$	2 pont	<i>Ha szisztematikusan felsorolja az összes háromelemű halmazt, akkor is teljes pontszám jár. Ha kihagy 1–3 esetet, akkor 1 pont, ha ennél többet, akkor 0 pont jár.</i>
A háromelemű részhalmazok száma: 20.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>	

<b>b)</b>		
Egy szám 5-tel osztható, ha nullára vagy ötre végződik.	1 pont	<i>Ha ezt nem írja le, de a megoldásban felhasználja, akkor is jár ez a pont.</i>
Nullára végződő hatjegyű számból 5! van.	1 pont	
Ötre végződő hatjegyű számból $4 \cdot 4!$ van.	2 pont	<i>Ha nem veszi figyelembe, hogy nullával nem kezdődhet a szám, akkor 0 pont jár.</i>
Összesen: $5! + 4 \cdot 4! =$	1 pont	
$= 120 + 96 = 216.$	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>6 pont</b>	

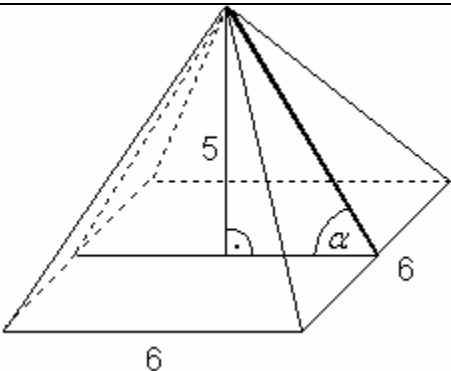
<b>c)</b>		
<b>1. megoldás</b>		
Komplementer halmaz segítségével számolható ki.	1 pont	<i>Ha ezt nem írja le, de a megoldásban felhasználja, akkor is jár ez a pont.</i>
Az összes hatjegyű szám: $5 \cdot 6^5$ .	2 pont	<i>Ha nem veszi figyelembe, hogy nullával nem kezdődhet a szám, akkor 1 pont jár.</i>
Azok a hatjegyű számok, amelyekben nincs egyes: $4 \cdot 5^5$ .	2 pont	<i>Ha nem veszi figyelembe, hogy nullával nem kezdődhet a szám, akkor 1 pont jár.</i>
Tehát: $5 \cdot 6^5 - 4 \cdot 5^5 =$	1 pont	
$= 38\,880 - 12\,500 = 26\,380$ ilyen hatjegyű szám van.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>7 pont</b>	

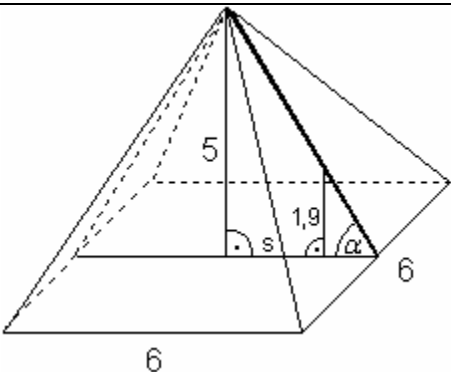
<b>2. megoldás</b>		
Az egyes lehetőségek felsorolása: a szám 6 db egyest, 5 db egyest, ... 1 db egyest tartalmaz.	1 pont	<i>Ha ezt nem írja le, de a megoldásban felhasználja, akkor is jár ez a pont.</i>
Azoknak a számoknak a darabszáma, amelyekben 6 db egyes van: 1; 5 db egyes van: 29; 4 db egyes van: 350; 3 db egyes van: 2250; 2 db egyes van: 8125; 1 db egyes van: 15 625.	4 pont	<i>Ha csak három lehetőséget számol ki jól, akkor 1 pontot kap, minden további eset jó kiszámolásáért újabb 1 pont jár.</i>
Ezek összege adja meg az eredményt.	1 pont	
26 380 ilyen hatjegyű szám van.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>7 pont</b>	

<b>8.</b>		
<b>a)</b>		
A dohányosok relatív gyakorisága az első cégnél $\frac{255}{800} (\approx 0,32)$ ,	2 pont	
második cégnél: $\frac{680}{2000} (= 0,34)$ .	2 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>4 pont</b>	

<b>b)</b>		
Bármelyik 3 személy kiválasztása a 2000-es mintából egyformán lehetséges, ezért az összes esetek száma: $\binom{2000}{3} (=1331334000)$ .	1* pont	
680 dohányosból kell kiválasztani egy személyt, ami 680-féleképpen tehető meg.	1* pont	
1320 nem dohányzóból kell kettőt kiválasztani, ez összesen $\binom{1320}{2}$ -féleképpen tehető meg (ami =870540-vel).	1* pont	
A kedvező esetek száma: $680 \cdot \binom{1320}{2}$ .	1* pont	
A keresett valószínűség: $\frac{680 \cdot \binom{1320}{2}}{\binom{2000}{3}}$ .	2 pont	<i>A *-gal jelölt pontok akkor is járnak, ha a vizsgázó nem részletezi az indoklást.</i>
Ennek közelítő értéke: 0,44.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>7 pont</b>	

<b>c)</b>		
1 nem dohányos kiválasztásának a valószínűsége: $1 - 0,34 = 0,66$ .	2 pont	
10 nem dohányos kiválasztásának a valószínűsége: $0,66^{10} \approx$	2 pont	<i>A binomiális eloszlás megfelelő tagjának felírása is 2 pont.</i>
$\approx 0,016$ vagy 1,6%.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>5 pont</b>	
<i>Ha a vizsgázó megad egy konkrét lakosság számot (pl. 100 fő), és azzal helyesen dolgozik, megoldására legfeljebb 3 pontot kapjon.</i>		

<b>9.</b>		
<b>a)</b>		
 <p>A padlássíkra és a tetősíkra egyaránt merőleges síkmetszetből lehet a keresett szöget meghatározni.</p>	2 pont	<i>Világos ábra esetén magyarázó szöveg nélkül is megadható a 2 pont.</i>
A keresztmetszeti ábrán a keresett szöget $\alpha$ -val jelölve, felírható, hogy $\operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{3}$ ,	1 pont	
ahonnan $\alpha \approx 59^\circ$ .	1 pont	<i>Mértékegység nélkül ez a pont nem jár.</i>
<b>Összesen: 4 pont</b>		
<i>Ha nem a két sík hajlásszögét számítja ki, akkor nem kaphat pontot.</i>		

<b>b)</b>		
 <p>Keressük az ábrán <math>s</math>-sel jelölt szakasz hosszát.</p>	2 pont	
Hasonlóság alapján: $\frac{1,9}{3-s} = \frac{5}{3}$ .	2 pont	
Ebből $s = 1,86$ .	1 pont	
A hasznos alapterület: $4s^2 \approx 13,84 \text{ m}^2$ .	1 pont	<i>Mértékegység nélkül ez a pont nem jár.</i>
<b>Összesen: 6 pont</b>		

c)		
<p>Az ábra jelöléseit használjuk, ahol <math>0 \leq x \leq 1,9</math>.                  Az ábra alapján <math>T = 4y^2</math>-et (ami a hasznos alapterület) kell kifejeznünk <math>x</math> segítségével.</p>	1 pont	
<p>A két kisebb háromszög megfelelő szögei egyenlők, tehát hasonlóak.                  Így: <math>\frac{3,1}{y} = \frac{1,9 - x}{3 - y}</math>.</p>	1 pont	<i>Magyarázó szöveg nélkül, jó rajz esetén is jár a 1 pont.</i>
<p>Innen <math>y = \frac{9,3}{5 - x}</math>.</p>	1 pont	
<p>Tehát a keresett összefüggés: <math>4y^2 = \left(\frac{18,6}{5 - x}\right)^2</math>.</p>	1 pont	
<p>Ha <math>x \geq 1,9</math>, akkor <math>36 \text{ m}^2</math> a hasznos alapterület.</p>	1 pont	
<p>Összefoglalva:  <math display="block">T(x) = \begin{cases} \left(\frac{18,6}{5 - x}\right)^2, &amp; \text{ha } 0 \leq x &lt; 1,9 \\ 36, &amp; \text{ha } 1,9 \leq x \leq 5 \end{cases}</math></p>	1 pont	<i>Megjegyzés: ha az első feltételnél <math>x \leq 1,9</math> szerepel és/vagy a második feltételnél <math>1,9 \leq x</math>, akkor is 1 pont jár.</i>
<b>Összesen: 6 pont</b>		
<p><i>Megjegyzés: ha a vizsgázó helyes összefüggéseket alkalmaz, de ábrát nem készít, akkor az ábránál feltüntetett pontszámok értelemszerűen járnak.</i></p>		