

Azonosító  
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**ÉRETSÉGI VIZSGA • 2007. május 8.**

**MATEMATIKA**  
**EMELT SZINTŰ**  
**ÍRÁSBELI VIZSGA**

**2007. május 8. 8:00**

Az írásbeli vizsga időtartama: 240 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

**OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS**  
**MINISZTERIUM**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

## Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára nem derül ki egyértelműen, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a 9. feladatra nem kap pontot.

--

4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A feladatok megoldásához alkalmazott gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részsámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.
8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
9. A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
10. Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
11. Kérjük, hogy a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

**I.**

**1.** Oldja meg az alábbi egyenletrendszert! Az  $x$  és az  $y$  valós számokat jelölnek.

$$\left. \begin{array}{l} \log_2 (2x + y) - \log_2 (x - 1,5y) = 2 \\ \log_3 (x + y) + \log_3 (x - y) = 2 + \log_3 5 \end{array} \right\}$$

<b>Ö.:</b>	<b>11 pont</b>	
------------	----------------	--

Azonosító  
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---



Azonosító  
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

3. A Pécsre közlekedő vonat első osztályú fülkéjében hatan utaznak egy tudományos konferenciára. A vonat indulása után kiderül, hogy a hat ember között van kettő, aki mindenkit ismer az útitársak közül, a többiek pontosan négy-négy útitársat ismernek régebről. (Az ismeretségek kölcsönösek.)
- Szemléltesse gráffal az ismeretségeket!
  - Az ismerősök a fülkébe lépve kézfogással köszöntötték egymást. Hány kézfogás történt?
  - A hat útitárs három kétágyas szobában nyer elhelyezést. Hányféle szobabeosztást lehet készíteni a hat útitársnak, ha a szobák között nem teszünk különbséget?

a)	4 pont	
b)	3 pont	
c)	6 pont	
<b>Ö.:</b>	<b>13 pont</b>	

Azonosító  
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

4. Az  $ABCDEFGH$  téglatest élei:  $AB = 10$ ;  $AD = 8$ ;  $AE = 6$ . Legyenek az  $A$  csúcsból induló élvektorok rendre:  $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$ ;  $\overrightarrow{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overrightarrow{AE} = \mathbf{c}$ . Az  $A$  csúcsból e három élvektor, továbbá három lapátlóvektor és egy testátlóvektor indul ki. Adja össze ezt a hét vektort, az összegvektort jelölje  $\overrightarrow{AP}$ .
- a) Fejezze ki  $\overrightarrow{AP}$  vektort az  $\mathbf{a}$ ;  $\mathbf{b}$  és  $\mathbf{c}$  élvektorokkal!
- b) Milyen hosszú az  $\overrightarrow{AP}$  ?
- c) Mekkora szöveget zár be  $\overrightarrow{AP}$  az  $\overrightarrow{AE}$  vektorral?
- d) Mennyi az  $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AP}$  értéke, ha  $S$  a  $HFC$  háromszög súlypontja?

a)	2 pont	
b)	3 pont	
c)	3 pont	
d)	6 pont	
Ö.:	14 pont	

Azonosító  
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

**II.**

**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

**5.** Oldja meg az alábbi egyenletet, ahol a  $p$  paraméter valós számot jelöl!

$$\frac{x}{x^2 - 4} + \frac{p}{x^2 + 2x} + \frac{1}{2x - x^2} = 0$$

Van-e olyan  $p$  valós szám, amely esetén két különböző gyöke van az egyenletnek?

Van-e olyan  $p$  valós szám, amely esetén nincs gyöke az egyenletnek?

<b>16 pont</b>	
----------------	--

Azonosító  
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

6. Daninak két kedvenc tantárgya van, a matematika és a biológia.
- a) Dani az egyik délután egy kisállat-kereskedés akváriumában megszámolta a nagy piros és a kis csíkos halakat. A nagy piros halak száma  $p$ , a kis csíkosaké  $c$ . Testvérének, Katának nem árulta el, hány halat számolt meg, de az alábbiakat elmondta neki:  
 „A 4, a  $p$  és a  $c$  számok ebben a sorrendben egy mértani, a  $p$ , a  $c$  és a 40 számok pedig ebben a sorrendben egy számtani sorozat egymás utáni tagjai.”  
 Hány darab nagy piros és hány darab kis csíkos halat számolt meg Dani az akváriumban?
- b) Dani vásárolt egy nagyon nagy akváriumot, és 100 darab apró halat telepített bele. A telepítés és a gondozás jól sikerült, minden hónapban 20 %-kal nőtt az állomány. Dani minden második hónap végén eladta a halainak mindig ugyanannyi százalékát. A 24. hónap végén az akváriumában 252 darab hal maradt. Kéthavonta az állomány hány százalékát adta el Dani?
- c) Kata kapott a születésnapjára Danitól 20 darab halat: 5 nagy pirosat és 15 kis csíkosat egy gömbakváriumba. A két gyerek növényeket helyezett el Kata akváriumába, és ehhez egy befőttes üvegbe kis időre átraktak 8 darab halat. A halak „kihalászása” taláalomra történt.  
 Mennyi annak a valószínűsége, hogy a 8 átrakott hal között éppen 3 darab nagy piros hal volt?

a)	5 pont	
b)	7 pont	
c)	4 pont	
<b>Ö.:</b>	<b>16 pont</b>	

Azonosító  
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---



Azonosító  
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

- 8.** Az  $f$  függvényt a  $[0; 5]$  intervallumon értelmezzük:  $f(x) = 3\cos x - \cos(-x)$ .
- a) Döntse el az alábbi állításokról, hogy igazak-e? A válaszait indokolja!
- Az  $f$  függvény korlátos.
  - Az  $f$  függvény minimumhelye és legnagyobb értéke is irracionális szám.
- b) Mekkora területű síkidomot határol az  $x$  tengely  $[0; 5]$  intervalluma; az  $y$  tengely  $[0; f(0)]$  intervalluma; az  $x = 5$  egyenes  $[0; f(5)]$  intervalluma és az  $f$  függvény görbéje?

a)	6 pont	
b)	10 pont	
Ö.:	16 pont	



--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

9. Melyek azok az  $N$  kétjegyű pozitív egész számok, amelyekre a következő négy állítás közül pontosan kettő igaz és kettő hamis:
- Az  $N$  osztható 7-tel.
  - Az  $N$  a 29 többszöröse.
  - Az  $N+11$  négyzetszám.
  - Az  $N-13$  négyzetszám.

<b>16 pont</b>	
----------------	--

Azonosító  
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---





