ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2013. május 7.

MATEMATIKA FRANCIA NYELVEN

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI ÉRETTSÉGI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

Instructions importantes

Les prescriptions de forme:

1. La copie doit être corrigée **au stylo de couleur différente** de celle utilisée par le candidat, et il faut indiquer les fautes, les lacunes etc. selon la pratique pédagogique.
2. Le nombre de points maximal apparaît dans le premier des rectangles se trouvant à côté des exercices. **Le nombre de points** donné par l'examinateur doit figurer dans **le rectangle** adjacent.
3. **Pour une solution impeccable,** il suffit d'inscrire le nombre de points maximal dans les rectangles correspondants.
4. Dans le cas d'une solution incomplète ou fausse, veuillez écrire **les nombres de points partiels** aussi sur la copie.
5. A part les schémas, les parties écrites au crayon ne doivent pas être évaluées par l'examinateur.

Les demandes de contenu:

1. A certains exercices, on a donné l'évaluation de plusieurs variantes de résolution. Si une **résolution en diffère,** recherchez-y les parties de résolution qui équivalent à certains détails du guide, et proposez des points en fonction.
2. Les points proposés par le guide d'évaluation **peuvent être décomposés**. Toutefois, les points proposables doivent être entiers.
3. On peut donner le nombre maximal des points pour des raisonnements et résultats évidemment corrects même si la copie est **moins détaillée** que la proposition du guide d'évaluation.
4. Si dans la solution on rencontre **une erreur de calcul** ou une inexactitude alors on enlève seulement les points de la partie où l'étudiant a commis l'erreur. S'il continue le calcul en utilisant le résultat partiel faux mais par un raisonnement juste et le problème n'a pas été fondamentalement modifié alors il a droit aux points partiels ultérieurs.
5. **En cas d'une erreur de principe,** dans une même unité conceptuelle (dans le guide, elles sont séparées de double ligne), on n'accorde aucun point même si certaines étapes mathématiques sont formellement correctes**.** Cependant si le candidat continue le calcul, à la base du faux résultat issu de l'erreur de principe, mais d'une manière juste dans l'unité conceptuelle ou la question partielle suivante, et le problème n'a pas été fondamentalement modifié, alors il a droit au point maximal de cette partie.
6. Si une **unité de mesure** ou une **remarque** est mise entre parenthèses dans le guide alors même en l'absence de celle-ci, la solution est complète.
7. Sur les différentes tentatives de solution correctes données à un exercice, **seule la variante indiquée par le candidat peut être évaluée**.
8. **On ne peut pas accorder de bonus** aux solutions (à savoir un nombre de points dépassant le maximum des points voulus pour l'exercice ou partie d'exercice donné.)
9. **Un enlèvement de points ne doit pas se faire** pour des calculs partiels, étapes partielles qui sont faux mais ne sont pas effectivement utilisés.
10. **La résolution de seulement 2 exercices sur les trois proposés de la partie II. B de l'épreuve écrite peuvent être évaluées.** Dans le carré correspondant, le candidat a -vraisemblablement- marqué le numéro de l'exercice dont il ne désire pas l'évaluation dans la somme totale des points. De sorte qu'il ne faut même pas corriger la solution éventuellement donnée à l'exercice marqué. Si le candidat ne marque pas d'une manière univoque le numéro de l'exercice dont l'évaluation n'est pas demandée alors c'est automatiquement le dernier exercice dans l'ordre proposé qu'il ne faudra pas évaluer.

I.

1.		
La fraction obtenue après la simplification: $\frac{a-2b}{3}$.	2 points	*Ces 2 points ne sont pas décomposables.*
Total:	**2 points**	

2.		
Un cylindre de révolution se produit dont le rayon du cercle de base est de 5 cm, sa hauteur est de 12 cm.	1 point	*Ce point doit être accordé si ces idées apparaissent sur un dessin.*
$V = 25\pi \cdot 12$ (cm^3).	1 point	
Le volume du cylindre de révolution est $300\pi\,\text{cm}^3$.	1 point	*La réponse donnée sous la forme décimale est également acceptable.*
Total:	**3 points**	

3.		
Le nombre des racines réelles : 1.	2 points	*La réponse x = 5 vaut 1 point, la réponse 5 en vaut 0.*
Total:	**2 points**	

4.		
$x_1 = 14$, $x_2 = -14$	2 points	*1 point pour chaque réponse correcte.*
Total:	**2 points**	

5.		
Le vecteur de position du milieu : $\vec{f} = \frac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$.	1 point	
En le rangent : $\vec{b} = 2\vec{f} - \vec{a}$.	1 point	
Total:	**2 points**	

6.		
Le plus petit angle positif cherché est 30°.	2 points	*1 point pour l'écriture de 750º = 2·360º+30º.*
Total:	**2 points**	

7.		
$x^2 + 18x + 81 = (x+9)^2$	1 point	
Le carré d'un nombre est le plus petit possible si c'est 0 que l'on a élevé au carré. La fonction admet sa valeur la plus petite en $x = -9$.	1 point	
Total:	**2 points**	

8.		
Il y a 2^4=16 nombres positifs de cinq chiffres.	2 points	
Total:	**2 points**	

9.		
Groupe I :180 personnes, groupe II : 240 personnes, groupe III : 300 personnes.	1-1 point	
Total:	**3 points**	

10.		
On transforme l'équation en la forme $2x - 7y = 0$.	1 point	
La droite e qui est perpendiculaire à celle-ci a pour vecteur normal $\mathbf{n}(7\ ;\ 2)$,	1 point	
d'où l'équation de la droite e est $7x + 2y = 33$.	1 point	*L'utilisation correcte de toutes les formes de l'équation des droites est acceptable.*
Total:	**3 points**	

11.		
A: vrai ; B : faux; C : vrai ; D : vrai.	1-1 point	
Total:	**4 points**	

12.		
On écrit les termes de la suite : $a_1 = -1, \quad a_2 = 1, \quad a_3 = 0, \quad a_4 = 1, \quad a_5 = 1, \quad a_6 = 2$.	2 points	
Donc $S_6 = 4$.	1 point	
Total:	**3 points**	

II. A

13. a)		
Le côté du carré est a, ceux des rectangles sont a et $\frac{a}{3}$	1 point	*Ce point doit être accordé même si cette notation n'apparaît que sur le dessin.*
Le périmètre d'un rectangle est $2a+\frac{2a}{3}=24$,	2 points	
d'où $a=9$ cm.	1 point	
L'aire du carré est 81 cm^2.	1 point	
Total:	**5 points**	

13. b) **première variante de résolution**		
Selon le théorème de Pythagore $13^2-12^2=x^2$ (ou bien 13, 12, 5 forment un triplet de Pythagore),	1 point	
le côté (BP) de l'angle droit du triangle rectangle est 5 cm.	1 point	
L'aire du triangle peut être écrite en deux façons: $T=\frac{a\cdot b}{2}=\frac{c\cdot m_c}{2}$,	2 points	
d'où $a\cdot b=c\cdot m_c$,	1 point	
donc $m_c=\frac{a\cdot b}{c}=\frac{60}{13}$.	1 point	
La hauteur relative à l'hypoténuse est longue de 4,6 cm.	1 point	
Total:	**7 points**	

13. b) **deuxième variante de résolution**		
Selon le théorème de Pythagore $13^2-12^2=x^2$ (ou bien 13, 12, 5 forment un triplet de Pythagore),	1 point	
le côté (BP) de l'angle droit du triangle rectangle est 5 cm.	1 point	
Selon le théorème de côté de l'angle droit $5=\sqrt{13\cdot p}$	2 points	
$p=\frac{25}{13}\approx 1{,}92$.	1 point	
A l'aide de théorème de Pythagore $m_c{}^2=5^2-\left(\frac{25}{13}\right)^2$	1 point	
La hauteur relative à l'hypoténuse est longue de 4,6 cm.	1 point	
Total:	**7 points**	

13. b) **troisième variante de résolution**		
L’angle au sommet A du triangle rectangle ABP soit noté par α, le pied de la hauteur relative à l’hypoténuse AP soit noté par Q. Dans le triangle rectangle ABP $\cos\alpha = \frac{AB}{AP} = \frac{12}{13}$.	2 points	
$\alpha \approx 22{,}62°$.	1 point	*Ce point doit être accordé même s’il calcule correctement la valeur de sin* □ *ultérieurement.*
Dans le triangle rectangle AQB $\sin\alpha = \frac{BQ}{AB} = \frac{BQ}{12}$.	2 points	
$BQ = 12 \cdot \sin\alpha \approx 12 \cdot 0{,}3846 \approx 4{,}6152$.	1 point	
La hauteur relative à l’hypoténuse est longue de 4,6 cm.	1 point	
Total:	**7 points**	

14. a)		
L’ensemble de définition : à cause de $\left(2x-5>0 \text{ és } x>0\right)$ $x>\frac{5}{2}$.	1 point	*Ce point doit être accordé s’il travaille avec des équations transformées et vérifie la solution trouvée par substitution.*
(En utilisant les identités du logarithme) $2x-5=\frac{x}{3}$.	2 points	
Après la réduction de l’équation $x = 3$.	1 point	
La solution obtenue fait partie de l’ensemble de définition, donc elle est bonne.	1 point	
Total:	**5 points**	

14. b)		
$0 \le 13-2x$, d'où $x \le 6{,}5$.	1 point	*Ces points doivent être accordés s'il travaille avec des équations transformées et vérifie les solutions trouvées par substitution en excluant la fausse racine.*
$0 \le \sqrt{13-2x} = x-5$, d'où $5 \le x$. Alors l'équation ne peut avoir de solution qu'au cas où $5 \le x \le 6{,}5$.	1 point	
On élève tous les deux membres au carré: le carré du premier membre $13-2x$.	1 point	
Le carré du deuxième membre: $x^2-10x+25$.	1 point	
L'équation du second degré à résoudre: $0 = x^2-8x+12$.	1 point	
D'où $x=6$ ou $x=2$.	1 point	
La seule solution de l'équation dans l'ensemble de définition est 6.	1 point	
Total:	**7 points**	

15. a)		
20 personnes ont toutes les deux qualifications,	1 point	
parce que le nombre des documents attestant la qualification est 42 + 28 = 70, qui est supérieur de 20 au nombre des employés qualifiés.	1 point	*Ce point doit être accordé pour la préparation d'un diagramme de Venn convenable aussi.*
Alors il y a 22 personnes qui n'ont qu'un brevet de technicien.	1 point	
Total:	**3 points**	

15. b)		
Si le nombre des employés ayant moins de 30 ans est x,	1 point	*Ce point doit être accordé même si cette idée n'apparaît que lors de la résolution.*
alors la moyenne est : $\frac{x \cdot 148000 + (50-x) \cdot 173000}{50} = 165000.$	1 point	
$x=16$	1 point	
Dans le laboratoire 16 employés ont moins de 30 ans.	1 point	
Total:	**4 points**	

15. c)		
Les frais de 5 employés sont couverts par le labo.	1 point	
Le nombre de tous les cas : $\binom{25}{5}$,	1 point	
le nombre des cas favorables : $\binom{17}{5}$.	1 point	
(On applique le modèle classique de la probabilité :) $\frac{\binom{17}{5}}{\binom{25}{5}} = \frac{6188}{53130} \approx 0{,}1165.$	1 point	
0,12 (ou bien 11,65%) est la probabilité que l'on choisisse 5 femmes.	1 point	
Total:	**5 points**	

II. B

16. a)		
Pour la longueur c du troisième côté du triangle (des inégalités triangulaires), il faut que les inégalités $20+c>22$	1 point	
et $c<20+22$ soient satisfaites.	1 point	
Ainsi $2<c<42$.	1 point	
Si la longueur du troisième côté aussi est un nombre entier, alors la valeur minimale possible de c est 3, la plus grande possible est 41.	1 point	
Ce-ci représente 39 triangles convenables.	1 point	
Total:	**5 points**	

16. b)		
$88=\frac{20\cdot 22\cdot \sin\gamma}{2}$, (où γ désigne l'angle formé par les deux côtés donnés).	1 point	
On en déduit que $\sin\gamma=0,4$.	1 point	
$\gamma_1\approx 23,6^\circ$	1 point	
$\gamma_2\approx 156,4^\circ$	1 point	
Total:	**4 points**	

16. c)		
Au cas où $\gamma_1\approx 23,6^\circ$, on peut calculer la longueur du troisième côté (c_1) avec l'application du théorème de cosinus.	1 point	*Ce point doit être accordé même si cette idée n'apparaît que lors de la résolution.*
$c_1^2\approx 20^2+22^2-2\cdot 20\cdot 22\cdot\cos 23,6^\circ$	1 point	
$c_1^2\approx 77,568$,	1 point	
d'où $c_1\approx 8,8$ unité de long.	1 point	
Au cas où $\gamma_2\approx 156,4^\circ$ la longueur du troisième côté (c_2) : $c_2^2\approx 20^2+22^2-2\cdot 20\cdot 22\cdot\cos 156,4^\circ$.	1 point	
$c_2^2\approx 884-880\cdot(-0,9164)$, donc $c_2^2\approx 1690,4$ d'où	1 point	
$c_2\approx 41,1$ unité de long.	1 point	
Le troisième côté du triangle peut être long de $\approx 8,8$ unité ou $\approx 41,1$ unité.	1 point	
Total:	**8 points**	*Il peut avoir 4 points au plus à cette partie s'il ne calcule qu'avec l'un des cas.*

17. a)		
Le loyer payé par Gábor croît selon une progression géométrique, $a_1 = 100$ et $a_{24} = 200$.	1 point	
$100 \cdot q^{23} = 200$, $q^{23} = 2$ (où $q = 1 + \frac{p}{100}$)	1 point	
$q = \sqrt[23]{2} = 2^{\frac{1}{23}}$ $(\approx 1{,}0306)$	1 point	
$p = 3{,}06$,	1 point	
donc Gábor doit payer 3,06% de loyer de plus par mois.	1 point	
Total:	**5 points**	

17. b)		
Le loyer payé par Péter croît selon une progression arithmétique, $b_1 = 100$ et $b_{24} = 200$,	1 point	
$200 = 100 + 23 \cdot d$	1 point	
$d = \frac{100}{23} \approx 4{,}35$, la progression mensuelle est de 4,35 thalers.	1 point	
Total:	**3 points**	

17. c)		
La somme des 24 premiers termes de la suite est :	1 point	*Ce point doit être accordé même si cette idée n'apparaît que lors de la résolution.*
$S_{Gábor} = 100 \cdot \frac{\left(\sqrt[23]{2}\right)^{24} - 1}{\sqrt[23]{2} - 1} \approx 3468{,}45$.	2 points	
$S_{Péter} = \frac{100 + 200}{2} \cdot 24 = 3600$.	2 points	
Pendant les 24 mois, Péter paie 132 thalers de plus que Gábor.	1 point	
Total:	**6 points**	
Si on représente les loyers mensuels par graphique, on peut voir que Péter doit payer chaque mois plus que Gábor (sauf le 1^e^ et le 24^e^ mois). Par conséquent, il est évident que Péter payerait plus de loyer que Gábor pendant les 24 mois. On peut accorder 3 points à un raisonnement correct et basé sur des graphiques clairement donnés.		

17. d)		
Les 12 premiers mois, Péter a payé $S_{12}=\dfrac{2\cdot 100+11\cdot\dfrac{100}{23}}{2}\cdot 12\approx 1487$ thalers pour le loyer,	1 point	
2113 thalers les12 mois suivants.	1 point	
$\dfrac{2113}{1487}\approx 1{,}421$, donc la deuxième année, Péter a payé de 42,1% de plus de loyer que la première année.	1 point	
Total:	**3 points**	

18. a) première variante de résolution		
Si on ne tient pas compte du fait que les deux produits ne peuvent pas être mis l'un près de l'autre, alors les six produits peuvent être rangés en 6! d'ordres.	1 point	
Si les deux produits sont l'un à côté de l'autre, mais leur ordre n'est pas distingué, alors on a 5! de rangements possibles.	1 point	
Si on distingue l'ordre de ces deux produits : 2·5! d'ordres possibles des six produits.	1 point	
On peut obtenir le nombre des ordres convenables si on soustrait du nombre de tous les cas, le nombre des rangements où la semoule et la chapelure sont voisines :6 ! - 2·5!.	2 points	*On accorde ces deux points même si le raisonnement est moins détaillé.*
Alors l'employé peut ranger les six sortes de produits en 480 façons.	1 point	
Total:	**6 points**	*1 point au plus s'il ne tient pas compte du fait que les deux produits ne peuvent pas être mis l'un près de l'autre.*

18. a) deuxième variante de résolution		
Que la semoule et la chapelure pourraient être mises en 6·5 donc 30 ordres possibles si elles pouvaient être voisines.	1 point	
En 5 cas les deux produits peuvent être mis l'un près de l'autre si on ne tient pas compte de leur ordre,	1 point	
mais puisque l'ordre est important, cela représente 10 cas.	1 point	
Donc on peut ranger ces deux produits en (30 – 10 =) 20 ordres de sorte qu'ils ne soient pas voisins.	1 point	
Dans tous les 20 cas, les 4 autres produits peuvent être placés en 4! de manières.	1 point	
Alors il peut ranger les six sortes de produits de 20·4 ! = 480 façons.	1 point	
Total:	**6 points**	

18. b)		
On a commandé 325 (=176+109+40) pains au total et on en a renvoyé 42,	1 point	
c'est 12,9% de la quantité commandée.	1 point	
On a commandé 695 (=314+381) pâtisseries au total et on en a renvoyé 34,	1 point	
c'est 4,9% de la quantité commandée.	1 point	
Total:	**4 points**	

18. c)		
Le nombre des pâtisseries vendues par jour : 124; 133; 132; 122; 150.	1 point	
Les deux jours peuvent être choisis en $\binom{5}{2}$ façons.	1 point	
(Le nombre des jours où on a vendu au moins 130 produits, c'est 3), $\binom{3}{2}$ choix sont possibles pour les 2 jours voulus,	1 point	
donc la probabilité cherchée est $\frac{\binom{3}{2}}{\binom{5}{2}} = 0{,}3$	1 point	
Total:	**4 points**	

18. d)		
On a commandé ($\frac{155}{5} =$) 31 du pain blanc de 1 kg, ($\frac{95}{5} =$) 19 du pain blanc de ½ kg, ($\frac{33}{5} =6{,}6$) 7 du pain de seigle,	2 points	*1 point pour deux réponses correctes, aucun point pour une réponse correcte.*
58 du petit pain et 68 du croissant.	1 point	
Total:	**3 points**	