

**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2013. május 7.**

**MATEMATIKA**  
**KÖZÉPSZINTŰ**  
**ÍRÁSBELI VIZSGA**

**2013. május 7. 8:00**

**I.**

Időtartam: 45 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

**EMBERI ERŐFORRÁSOK**  
**MINISZTERIUMA**

## Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A megoldások sorrendje tetszőleges.
3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármelyik négyjegyű függvénytáblázatot használhatja, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja**, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!
5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
6. Minden feladatnál csak egy megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

1. Egyszerűsítse  $ab$ -vel az  $\frac{a^2b - 2ab^2}{3ab}$  törtet, ha  $ab \neq 0$ .

Az egyszerűsítés után kapott tört:	2 pont	
------------------------------------	--------	--

2. Egy téglalap oldalai 12cm, illetve 5 cm hosszúak. Ezt a téglalapot megforgatjuk a hosszabbik oldal egyenese körül. Mekkora a keletkezett forgástest térfogata? Válaszát indokolja!

	2 pont	
A forgástest térfogata: $\text{cm}^3$	1 pont	

3. Hány valós gyöke van az  $(x-5)(x^2+1)=0$  egyenletnek?

A valós gyökök száma:	2 pont	
-----------------------	--------	--

4. Adja meg mindazokat az  $x$  értékeket, amelyekhez a valós számok halmazán értelmezett függvény 10-et rendel, ha  $f(x) = |x| - 4$ .

A keresett $x$ értékek:	2 pont	
-------------------------	--------	--

5. Az  $AB$  szakasz felezőpontja  $F$ . Az  $A$  pont helyvektora  $\mathbf{a}$ , az  $F$  ponté  $\mathbf{f}$ . Fejezze ki  $\mathbf{a}$  és  $\mathbf{f}$  vektorokkal a  $B$  pont  $\mathbf{b}$  helyvektorát! Válaszát indokolja!

	1 pont	
$AB$ pont helyvektora:	1 pont	

6. Adott az  $\mathbf{e}$  egységvektor:  $\mathbf{e}(\cos 75^\circ; \sin 75^\circ)$ . Mekkora az a legkisebb szög, amivel az  $\mathbf{i}(1;0)$  vektort pozitív irányba elforgatva megkapjuk  $\mathbf{e}$  vektort?

A keresett legkisebb pozitív szög:	2 pont	
------------------------------------	--------	--

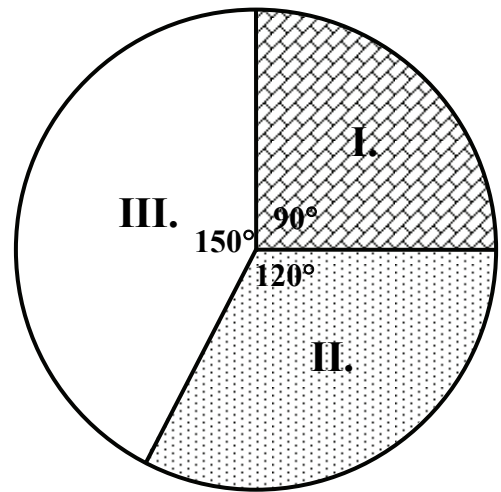
7. Mely  $x$  érték(ek)nél veszi fel a valós számok halmazán értelmezett  $f$  függvény a legkisebb értékét, ha  $f(x) = x^2 + 18x + 81$ ? Válaszát indokolja!

	1 pont	
$x =$	1 pont	

8. Hány ötjegyű pozitív szám van a kettes számrendszerben?

.....ötjegyű pozitív szám van a kettes számrendszerben.	2 pont	
---	--------	--

9. Az ábrán látható kördiagram 720 megkérdezett személy internetezési szokásait szemlélteti: I. nem internetezők; II. rendszeresen internetezők; III. ritkán internetezők. Hányan tartoznak a megkérdezettek közül az egyes csoportokba?



I.:		
II.:	3 pont	
III.:		

10. Az  $A(5; -1)$  ponton átmenő  $e$  egyenes merőleges a  $2x = 7y$  egyenletű egyenesre. Írja fel az  $e$  egyenes egyenletét! Válaszát indokolja!

	2 pont	
Az egyenes egyenlete:	1 pont	

**11.** Állapítsa meg a következő állítások mindegyikéről, hogy igaz vagy hamis!

- A: Ha egy páros szám osztható 9-cel, akkor 18-cal is osztható.  
 B: Minden 100-zal osztható szám 200-zal is osztható.  
 C: Van olyan 100-zal osztható szám, ami 13-mal is osztható.  
 D: Csak a 3-mal osztható páros számok oszthatók hattal.

A: B: C: D:	4 pont	
----------------------	--------	--

**12.** Egy sorozat első tagja  $-1$ , második tagja  $1$ . Minden további tag a közvetlenül előtte álló két tag összegével egyenlő.  
 Számítsa ki a sorozat első hat tagjának összegét! Számítását írja le!

	2 pont	
$S_6 =$	1 pont	

		maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	1. feladat	2	
	2. feladat	3	
	3. feladat	2	
	4. feladat	2	
	5. feladat	2	
	6. feladat	2	
	7. feladat	2	
	8. feladat	2	
	9. feladat	3	
	10. feladat	3	
	11. feladat	4	
	12. feladat	3	
<b>ÖSSZESEN</b>		<b>30</b>	

---

 dátum

---

 javító tanár

	elért pontszáma <b>egész számra</b> kerekítve	programba beírt <b>egész</b> pontszám
I. rész		

---

 javító tanár

---

 jegyző

---

 dátum

---

 dátum

**Megjegyzések:**

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!



**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2013. május 7.**

**MATEMATIKA**  
**KÖZÉPSZINTŰ**  
**ÍRÁSBELI VIZSGA**

**2013. május 7. 8:00**

**II.**

Időtartam: 135 perc

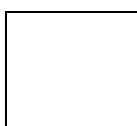
Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

**EMBERI ERŐFORRÁSOK**  
**MINISZTERIUMA**



## Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a 18. feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszerkesztések is nyomon követhetők legyenek!**
7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
9. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
10. Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
11. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

---

**A****13.**

- a) Egy négyzetet az egyik oldalával párhuzamos két egyenessel három egybevágó téglalpra bontunk. Egy ilyen téglalap kerülete 24 cm.  
Hány  $\text{cm}^2$  a négyzet területe?
- b) Egy  $ABCD$  négyzet oldala 12 cm hosszú. A négyzet  $A$  csúcsából félegyenest rajzolunk, mely a  $BC$  oldalt  $P$  pontban metszi. Az így keletkezett  $ABP$  háromszög  $AP$  oldala 13 cm hosszú.  
Számítsa ki az  $ABP$  derékszögű háromszög átfogóhoz tartozó magasságát!  
A magasság hosszát centiméterben egy tizedes jegyre kerekítve adja meg!

a)	5 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	12 pont	



---

**14.** Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

**a)**  $\lg(2x-5) = \lg x - \lg 3$

**b)**  $\sqrt{13-2x} = x-5$

<b>a)</b>	5 pont	
<b>b)</b>	7 pont	
<b>Ö.:</b>	12 pont	



**15.** Egy kutatólaboratóriumban technikus végzettséggel vagy egyetemi diplomával lehet dolgozni. A laborban dolgozó 50 ember közül 42 főnek van technikus oklevele és 28 főnek van egyetemi diplomája.

**a)** Közülük hány dolgozónak van csak technikus végzettsége?

A labor 50 dolgozójának átlagkeresete 165 000 forint. Közülük a 30 év alattiak átlagkeresete 148 000 forint, a többieké 173 000 forint.

**b)** Hány 30 év alatti dolgozója van a labornak?

A hétvégén megrendezésre kerülő konferenciára 25 kutató szeretne elmenni, közülük 17 nő és 8 férfi. A kutatóintézet a 25 jelentkező 20%-ának tudja csak a részvételi díját kifizetni.

**c)** Ha a vezetőség véletlenszerűen választaná ki, hogy kinek a költségeit fizeti, mekkora lenne a valószínűsége annak, hogy csak nőket választanak ki?

Válaszát két tizedes jegyre kerekítve adja meg!

<b>a)</b>	3 pont	
<b>b)</b>	4 pont	
<b>c)</b>	5 pont	
<b>Ö.:</b>	12 pont	





**B**

**A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

**16.** Egy háromszög két oldala 20 egység, illetve 22 egység hosszú.

- a)** Milyen hosszú lehet a háromszög harmadik oldala? Hány ilyen háromszög van, ha azt is tudjuk, hogy a harmadik oldal hossza is egész szám?
- b)** Mekkora lehet a két oldal által közbezárt szög, ha a háromszög területe 88 területetegység?  
A keresett szöget fokban, egy tizedes jegyre kerekítve adja meg!
- c)** Mekkora lehet a **b)** kérdésben megadott feltétel mellett a háromszög harmadik oldala?  
A keresett oldal hosszát egy tizedes jegyre kerekítve adja meg!

<b>a)</b>	5 pont	
<b>b)</b>	4 pont	
<b>c)</b>	8 pont	
<b>Ö.:</b>	17 pont	



---

**A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

**17.** Kezdő vállalkozókat segítő cég kedvezményes feltételekkel ad bérbe helyiségeket. Minden helyiséget 24 hónapra lehet bérbe venni. Az első havi bérleti díj 100 tallér, a 24. havi pedig 200 tallér. A bérlőnek (a második hónaptól kezdve) minden hónapban többet kell fizetni, mint az előzőben. Két változat közül választhatnak a bérlők. Az első változat szerint minden hónapban  $p$  %-kal kell többet fizetni, mint az előző hónapban, a második változat szerint minden hónapban  $d$  tallérral kell többet fizetni, mint az előző hónapban. Gábor az első, Péter a második változat szerinti feltétellel bérel egy-egy helyiséget. (A tallérnak a századrésze a váltópénz.)

- a) Hány százalékkal nő hónapról hónapra Gábor bérleti díja?  
A választ századra kerekítve adja meg!
- b) Hány tallérral nő havonta Péter bérleti díja?  
A választ századra kerekítve adja meg!
- c) Gábor vagy Péter fizet több bérleti díjat a 24 hónap alatt?  
Mennyivel fizet többet az egyik, mint a másik?
- d) Péternek hány százalékkal több bérleti díjat kell fizetnie a második évben, mint az elsőben?

a)	5 pont	
b)	3 pont	
c)	6 pont	
d)	3 pont	
<b>Ö.:</b>	17 pont	



**A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 18.** Egy élelmiszerbolt vezetője az árufeltöltőt azzal bízta meg, hogy a bejárat melletti alsó polcon lévő 6 rekeszt töltsse fel a következő árucikkkel: rizs, cukor, liszt, só, búzadara és zsemlemorzsa. A vezető figyelmeztette az árufeltöltőt, hogy minden rekeszbe egyféle árut tegyen, továbbá, hogy a búzadara és a zsemlemorzsa ne kerüljön egymás melletti rekeszbe, mert az új csomagolásuk nagyon hasonló, ezért könnyen összekeverhetők. Egyébként a hatféle árut bármilyen sorrendben kirakhatja.

- a) Hányféle sorrendben rendezhette el az árufeltöltő ezt a hatféle árut?

Az üzletvezető úgy kötött szerződést egy sütődével, hogy minden este zárás után megmondja, hogy mennyi kenyeret és mennyi péksüteményt kér másnapra. Minden alkalommal háromféle kenyeret (1 kg-os fehér kenyér,  $\frac{1}{2}$  kg-os fehér kenyér, rozskenyér) és kétféle péksüteményt (zsemle és kifli) rendelt.

A 32. héten öt munkanapon keresztül (hétfőtől péntekig) feljegyezte, hogy a megrendelt pékáruból mennyi fogyott el, és mennyi maradt meg, amit vissza kellett küldenie. Az alábbi táblázatban az egyes napokról készült kimutatás látható:

Pékáru darabszáma	1. nap		2. nap		3. nap		4. nap		5. nap	
	eladott	vissza-küldött	eladott	vissza-küldött	eladott	vissza-küldött	eladott	vissza-küldött	eladott	vissza-küldött
1 kg-os fehér kenyér	32	6	28	4	30	4	29	5	36	2
$\frac{1}{2}$ kg-os fehér kenyér	19	1	20	4	18	2	20	5	18	2
rozskenyér	7	3	6	1	6	2	6	0	8	1
zsemle	56	4	58	2	58	6	54	6	68	2
kifli	68	2	75	0	74	6	68	3	82	3

- b) Számítsa ki, hogy az üzletvezető az 5 nap alatt összesen hány darab kenyeret, illetve péksüteményt rendelt, és a megrendelt mennyiségnek hány százalékát küldte vissza a két árufajta esetén!
- c) Az 5 napból véletlenszerűen megjelölünk 2 napot. Mekkora annak a valószínűsége, hogy két olyan napot jelölünk meg, amikor mindkét napon legalább 130 péksüteményt adtak el?

Az egyes pékáruból a következő, 33. hét minden napján ugyanannyit rendelt a kereskedő, mégpedig mindhárom fajta kenyérből a 32. héten naponta eladott mennyiségeiknek egészre kerekített átlagát, zsemleből és kifliből pedig a 32. héten eladott mennyiségek móduszát.

- d) Mennyit rendelt ekkor naponta az egyes pékáruból?

<b>a)</b>	6 pont	
<b>b)</b>	4 pont	
<b>c)</b>	4 pont	
<b>d)</b>	3 pont	
<b>Ö.:</b>	17 pont	











	a feladat sorszáma	maximális pontszám	elért pontszám	összesen
II. A rész	13.	12		
	14.	12		
	15.	12		
II. B rész		17		
		17		
	← nem választott feladat			
<b>ÖSSZESEN</b>		<b>70</b>		

	maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	30	
II. rész	70	
<b>Az írásbeli vizsgarész pontszáma</b>	<b>100</b>	

\_\_\_\_\_  
dátum

\_\_\_\_\_  
javító tanár

	elért pontszáma <b>egész számra</b> kerekítve	programba beírt <b>egész</b> pontszám
I. rész		
II. rész		

\_\_\_\_\_  
javító tanár

\_\_\_\_\_  
jegyző

\_\_\_\_\_  
dátum

\_\_\_\_\_  
dátum