ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2013. május 7.

MATEMATIKA OLASZ NYELVEN

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI ÉRETTSÉGI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

Indicazioni importanti

Richieste di forma:

1. L'insegnante deve correggere il compito **con una penna di colore differente** da quello usato dallo studente. Deve indicare gli errori in base alla propria conoscenze.
2. I **punti** devono essere scritti nella seconda **casella** grigia, nella prima è segnato il punteggio massimo.
3. Nel caso di **soluzione esatta** è sufficiente scrivere il punteggio massimo nella casella accanto.
4. Nel caso di soluzione errata o incompleta anche i **punti parziali** devono essere scritti sul compito.
5. Le parti scritte a matita non verranno valutate ad eccezione dei disegni.

Richieste di contenuto:

1. Alcuni esercizi possono avere soluzioni diverse le cui valutazioni sono indicate nella guida alla correzione. Nel caso di **soluzioni diverse** da quelle indicate, l'insegnante deve valutare in base alle parti corrispondenti della guida alla correzione.
2. I punti della guida alla correzione possono essere **suddivisi** solo in punti interi
3. Se lo svolgimento e il risultato finale sono evidentemente giusti, meritano il punteggio massimo anche se la soluzione **è meno dettagliata** di quella della guida alla correzione.
4. Non si può attribuire nessun punto ad un passaggio in cui si commette un **errore di calcolo**. Per i successivi passaggi, in accordo con la soluzione giusta si possono dare punti parziali corrispondenti a patto che in conseguenza di un calcolo sbagliato il problema non risulti cambiato.
5. In una unità logica (indicata con una doppia linea nella guida alla correzione) neanche i passaggi formalmente giusti meritano punti se provengono da un **ragionamento errato**. Se lo studente applica un risultato parziale, derivante da un ragionamento errato, in modo giusto, come dato di partenza dell'unità logica successiva, oppure di una nuova domanda, merita il punteggio massimo di questa unità, a patto che in conseguenza dell'errore il problema non risulti cambiato nella sostanza.
6. La soluzione è considerata completa anche se mancano una **notazione** o **l'unità di misura** indicata fra parentesi nella guida alla correzione.
7. Tra gli svolgimenti giusti, si valuta una sola soluzione, quella che è **indicata dallo studente.**
8. L'insegnante **non può dare punti in premio** (punti più alti di quelli determinati).
9. L'insegnante **non può sottrarre** punti per passaggi parziali errati non utilizzati nella soluzione.
10. **Dei tre esercizi della parte II. B possono esserne valutati solo due.** Lo studente dovrebbe aver segnato nella casella apposita il numero dell'esercizio la cui valutazione non comparirà nella somma dei punti. Ovviamente l'esercizio sopraddetto non va corretto. Se la scelta dello studente non è univoca, allora l'ultimo esercizio (numero 18) non sarà valutato.

I.

1.		
La frazione ottenuta dopo la semplificazione: $\frac{a-2b}{3}$.	2 punti	*I 2 punti non possono essere suddivisi.*
Totale:	**2 punti**	

2.		
Otteniamo un cilindro circolare retto, il raggio della base misura 5 cm, l'altezza del solido misura 12 cm.	1 punto	*Se questi concetti sono evidenti in figura, è assegnabile 1 punto.*
$V=25\pi\cdot 12$ (cm³).	1 punto	
L'area del cilindro è di 300π cm³.	1 punto	*Il risultato corretto dato in forma decimale merita il punteggio totale.*
Totale:	**3 punti**	

3.		
Il numero delle radici reali: 1.	2 punti	*Se la risposta è x=5, ottiene 1 punto, se la risposta è 5, ottiene 0 punti.*
Totale:	**2 punti**	

4.		
$x_1=14,\ x_2=-14$	2 punti	*1 punto per ciascuna risposta corretta.*
Totale:	**2 punti**	

5.		
Il vettore di posizione del punto medio: $\vec{f}=\frac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$.	1 punto	
$\vec{b}=2\vec{f}-\vec{a}$.	1 punto	
Totale:	**2 punti**	

6.		
L'ampiezza dell'angolo positivo più piccolo è 30º.	2 punti	*1 punto è assegnabile per $750^o = 2\cdot 360^o+30^o$.*
Totale:	**2 punti**	

7.		
$x^2+18x+81=(x+9)^2$	1 punto	
Il quadrato di un numero è minimo se il numero stesso è 0. La funzione assume il minimo per $x=-9$.	1 punto	
Totale:	**2 punti**	

8.		
Vi sono 2^4=16 numeri positivi di cinque cifre.	2 punti	
Totale:	**2 punti**	

9.		
I. gruppo 180 persone, II. gruppo 240 persone, III. gruppo 300 persone.	1-1 punto	
Totale:	**3 punti**	

10.		
Trasformiamo l'equazione nella forma $2x-7y=0$.	1 punto	
Un vettore normale della retta *e,* ortogonale alla retta data è **n** (7 ; 2),	1 punto	
L'equazione della retta *e* $7x + 2y = 33$.	1 punto	*L'equazione della retta in una qualsiasi forma corretta vale il punto.*
Totale:	**3 punti**	

11.		
A: vero; B: falso; C: vero; D: vero.	1-1 punto	
Totale:	**4 punti**	

12.		
Scriviamo i termini della successione: $a_1=-1,\quad a_2=1,\quad a_3=0,\quad a_4=1,\quad a_5=1,\quad a_6=2$.	2 punti	
Così $S_6=4$.	1 punto	
Totale:	**3 punti**	

II. A

13. a)		
Il lato del quadrato misura *a*, i lati dei rettangoli misurano a e $\frac{a}{3}$.	1 punto	*Se l'indicazione si evince soltanto in figura merita questo punto.*
Il perimetro di un rettangolo misura $2a+\frac{2a}{3}=24$,	2 punti	
Da cui $a=9$ cm.	1 punto	
L'area del quadrato misura 81 cm^2.	1 punto	
Totale:	**5 punti**	

13. b) prima soluzione		
Secondo il teorema di Pitagora $13^2-12^2=x^2$ (oppure 13,12, 5 sono terne Pitagoriche),	1 punto	
il cateto (*BP*) del triangolo rettangolo misura 5 cm.	1 punto	
L'area del triangolo può essere ricavata in due modi: $T=\frac{a\cdot b}{2}=\frac{c\cdot m_c}{2}$,	2 punti	
da cui $a\cdot b=c\cdot m_c$,	1 punto	
cioè $m_c=\frac{a\cdot b}{c}=\frac{60}{13}$.	1 punto	
L'altezza relativa all'ipotenusa misura 4,6 cm.	1 punto	
Totale:	**7 punti**	

13. b) seconda soluzione		
Secondo il teorema di Pitagora $13^2-12^2=x^2$ (oppure 13,12, 5 sono terne Pitagoriche),	1 punto	
il cateto (*BP*) del triangolo rettangolo misura 5 cm.	1 punto	
Secondo il primo teorema di Euclide $5=\sqrt{13\cdot p}$,	2 punti	
$p=\frac{25}{13}\approx 1{,}92$.	1 punto	
Applicando il teorema di Pitagora: $m_c{}^2=5^2-\left(\frac{25}{13}\right)^2$	1 punto	
L'altezza relativa all'ipotenusa misura 4,6 cm.	1 punto	
Totale:	**7 punti**	

13. b) **terza soluzione**		
Indichiamo con α l'angolo al vertice A del triangolo rettangolo ABP e con Q il piede dell'altezza relativa all'ipotenusa AP. Nel triangolo rettangolo ABP $\cos\alpha = \frac{AB}{AP} = \frac{12}{13}$.	2 punti	
$\alpha \approx 22{,}62°$.	1 punto	*Questo punto è assegnabile anche se calcola bene il valore di* $\sin\alpha$ *nei passaggi successivi.*
Nel triangolo rettangolo AQB $\sin\alpha = \frac{BQ}{AB} = \frac{BQ}{12}$.	2 punti	
$BQ = 12 \cdot \sin\alpha \approx 12 \cdot 0{,}3846 \approx 4{,}6152$.	1 punto	
L'altezza relativa all'ipotenusa misura 4,6 cm.	1 punto	
Totale:	**7 punti**	

14. a)		
L'insieme di definizione: (perché $2x - 5 > 0$ e $x > 0$) $x > \frac{5}{2}$.	1 punto	*Se lavora con una delle equazioni successive e verifica la soluzione con la sostituzione, ottiene il punto.*
(Applicando le proprietà dei logaritmi) $2x - 5 = \frac{x}{3}$.	2 punti	
risolvendo l'equazione: $x = 3$.	1 punto	
Il numero ottenuto appartiene al dominio, quindi è soluzione.	1 punto	
Totale:	**5 punti**	

14. b)		
$0 \le 13-2x$, così $x \le 6{,}5$.	1 punto	*Se lavora con una delle equazioni successive e verifica la soluzione con la sostituzione, escludendo le radici non accettabili, ottiene il punto.*
$0 \le \sqrt{13-2x} = x-5$, da cui $5 \le x$. Allora l'equazione può avere soluzione se $5 \le x \le 6{,}5$.	1 punto	
Elevando al quadrato ambedue i membri dell'equazione, il quadrato del membro di sinistra: $13-2x$	1 punto	
Il quadrato del membro di destra: $x^2-10x+25$.	1 punto	
L'equazione di secondo grado che dobbiamo risolvere: $0 = x^2-8x+12$.	1 punto	
Da cui $x=6$ oppure $x=2$.	1 punto	
L'unica soluzione dell'equazione nell'insieme di definizione è 6.	1 punto	
Totale:	**7 punti**	

15. a)		
20 persone hanno entrambi i titoli di studio	1 punto	
dato che il numero dei titoli di studio è 42+28=70, che supera di 20 il numero dei lavoratori.	1 punto	*Questo punto è assegnabile anche per un diagramma di Eulero-Venn corretto.*
Quindi 22 persone hanno soltanto una qualifica tecnica.	1 punto	
Totale:	**3 punti**	

15. b)		
Se il numero dei lavoratori di età sotto i 30 anni è *x*,	1 punto	*Merita questo punto anche se questo concetto si evince soltanto dalla soluzione.*
allora la media aritmetica: $\frac{x \cdot 148000 + (50-x) \cdot 173000}{50} = 165\,000.$	1 punto	
$x=16$	1 punto	
16 lavoratori del laboratorio hanno meno di 30 anni.	1 punto	
Totale:	**4 punti**	

15. c)		
Sono supportati finanziariamente 5 lavoratori.	1 punto	
Il numero dei casi possibili: $\binom{25}{5}$,	1 punto	
Il numero dei casi favorevoli: $\binom{17}{5}$.	1 punto	
(Applicando il modello classico della probabilità:) $\frac{\binom{17}{5}}{\binom{25}{5}} = \frac{6188}{53130} \approx 0{,}1165.$	1 punto	
La probabilità che si scelgano 5 donne è 0,12 (oppure 11,65%).	1 punto	
Totale:	**5 punti**	

II. B

16. a)		
La lunghezza *c* del terzo lato (per la disuguaglianza dei lati del triangolo) deve essere tale che $20+c>22$	1 punto	
e deve essere soddisfatta la seguente disequazione: $c<20+22$	1 punto	
Così $2<c<42$.	1 punto	
La misura del terzo lato c è un numero intero, il valore più piccolo è 3, il valore più grande è 41.	1 punto	
Così ci sono 39 triangoli possibili.	1 punto	
Totale:	**5 punti**	

16. b)		
(Indichiamo l'angolo compreso tra i lati dati con γ) $88=\frac{20\cdot 22\cdot \sin\gamma}{2}$.	1 punto	
Da cui $\sin\gamma = 0{,}4$.	1 punto	
$\gamma_1 \approx 23{,}6^\circ$	1 punto	
$\gamma_2 \approx 156{,}4^\circ$	1 punto	
Totale:	**4 punti**	

16. c)		
Se $\gamma_1 \approx 23{,}6^\circ$, la lunghezza del terzo lato (c_1) può essere calcolata con il teorema del coseno:	1 punto	*Ottiene questo punto anche se questo concetto si evince soltanto dalla soluzione.*
$c_1^2 \approx 20^2+22^2-2\cdot 20\cdot 22\cdot\cos 23{,}6^\circ$	1 punto	
$c_1^2 \approx 77{,}568$,	1 punto	
Da cui $c_1 \approx 8{,}8$ unità.	1 punto	
Se $\gamma_2 \approx 156{,}4^\circ$ la lunghezza del terzo lato (c_2): $c_2^2 \approx 20^2+22^2-2\cdot 20\cdot 22\cdot\cos 156{,}4^\circ$.	1 punto	
$c_2^2 \approx 884-880\cdot(-0{,}9164)$, cioè $c_2^2 \approx 1690{,}4$ da cui	1 punto	
$c_2 \approx 41{,}1$ unità.	1 punto	
Il terzo lato del triangolo può misurare $\approx 8{,}8$ unità oppure $\approx 41{,}1$ unità.	1 punto	
Totale:	**8 punti**	*Se calcola un solo caso può avere al massimo 4 punti in questa sezione.*

17. a)		
Il prezzo di affitto di Gábor aumenta secondo una progressione geometrica, $a_1 = 100$ e $a_{24} = 200$.	1 punto	
$100 \cdot q^{23} = 200$, $q^{23} = 2$ (dove $q = 1 + \frac{p}{100}$)	1 punto	
$q = \sqrt[23]{2} = 2^{\frac{1}{23}}$ $(\approx 1{,}0306)$	1 punto	
$p = 3{,}06$,	1 punto	
cioè Gábor deve pagare 3,06% in più ogni mese.	1 punto	
Totale:	**5 punti**	

17. b)		
Il prezzo di affitto di Péter aumenta secondo una progressione aritmetica $b_1 = 100$ e $b_{24} = 200$,	1 punto	
$200 = 100 + 23 \cdot d$	1 punto	
$d = \frac{100}{23} \approx 4{,}35$, L'aumento mensile è 4,35 zecchini.	1 punto	
Totale:	**3 punti**	

17. c)		
Le somme dei primi 24 termini:	1 punto	*Ottiene il punto anche se questo concetto si evince solo dalla soluzione.*
$S_{Gábor} = 100 \cdot \frac{\left(\sqrt[23]{2}\right)^{24} - 1}{\sqrt[23]{2} - 1} \approx 3468{,}45$.	2 punti	
$S_{Péter} = \frac{100 + 200}{2} \cdot 24 = 3600$.	2 punti	
Péter paga 132 zecchini in più rispetto al pagamento di Gábor nei 24 mesi.	1 punto	
Totale:	**6 punti**	
Rappresentando i prezzi di affitto mensili su un grafico, si vede che Péter paga più di Gábor ogni mese (a parte ad eccezione del primo e del 24. esimo mese) *È evidente che Péter durante i 24 mesi pagherebbe una somma maggiore diquella di Gábor.* *Per la spiegazione corretta basata su un grafico chiaro sono assegnabili 3 punti.*		

17. d)		
Péter paga nei primi 12 mesi $S_{12}=\dfrac{2\cdot 100+11\cdot\dfrac{100}{23}}{2}\cdot 12\approx 1487$ zecchini,	1 punto	
e paga nei secondi 12 mesi 2113 zecchini.	1 punto	
$\dfrac{2113}{1487}\approx 1{,}421$, Allora Péter paga nel secondo anno 42,1% in più, rispetto all'anno precedente.	1 punto	
Totale:	**3 punti**	

18. a) prima soluzione		
Non considerando che i due prodotti non possono essere messi uno accanto all'altro allora il numero degli ordini possibili dei sei prodotti è 6!	1 punto	
Se due prodotti devono essere uno accanto all'altro, non considerando i loro ordini, abbiamo poi 5! diverse possibilità.	1 punto	
Se consideriamo l'ordine di questi due prodotti: i sei prodotti possono essere messi in $2\cdot 5!$ modi differenti.	1 punto	
Otteniamo il numero degli ordini accettabili se da tutti i casi sottraiamo il numero dei casi in cui il semolino e il pangrattato sono uno accanto all'altro: $6!-2\cdot 5!$.	2 punti	*I 2 punti sono assegnabili anche se la soluzione è meno dettagliata.*
Allora l'impiegato può disporre i sei prodotti in 480 ordini.	1 punto	
Totale:	**6 punti**	*Se non prende in considerazione che i due prodotti non possono essere messi uno accanto all'altro può ottenere al massimo 1 punto.*

18. a) seconda soluzione		
Il semolino e il pangrattato potrebbero essere messi in $6\cdot 5=30$ ordini differenti se potessero essere messi anche uno accanto all'altro.	1 punto	
Questi due prodotti possono essere messi uno accanto all'altro in 5 casi non considerando il loro ordine,	1 punto	
ma dobbiamo considerare anche l'ordine, così vi sono 10 casi.	1 punto	
Così vi sono $(30-10=)$20 ordini dei due prodotti quando non sono posti uno accanto all'altro.	1 punto	
In ognuno di questi 20 casi gli altri prodotti possono essere messi in 4! modi,	1 punto	
Allora l'impiegato può disporre i sei prodotti in $20\cdot 4!=480$ ordini differenti.	1 punto	
Totale:	**6 punti**	

18. b)		
In totale, hanno ordinato 325 (=176+109+40) forme di pane e ne hanno rimandate indietro 42.	1 punto	
Questo è il 12,9 % della quantità ordinata.	1 punto	
In totale hanno ordinato 695 (=314+381) panini e ne hanno rimandati indietro 34.	1 punto	
Questo è il 4,9 % della quantità ordinata.	1 punto	
Totale:	**4 punti**	

18. c)		
Il numero dei panini venduti ciascun giorno: 124; 133; 132; 122; 150 db.	1 punto	
Possiamo indicare i due giorni in $\binom{5}{2}$ modi differenti	1 punto	
(Ci sono 3 giorni in cui hanno venduto non meno di 130 pezzi.) Ci sono $\binom{3}{2}$ combinazioni dei 2 giorni desiderati.	1 punto	
Così la probabilità cercata è $\frac{\binom{3}{2}}{\binom{5}{2}} = 0{,}3$	1 punto	
Totale:	**4 punti**	

18. d)		
Hanno venduto ($\frac{155}{5} =$) 31 forme di pane bianco da 1 kg, ($\frac{95}{5} =$) 19 forme di pane bianco da ½ kg, e ($\frac{33}{5} = 6{,}6$) 7 forme di pane di segale.	2 punti	*Per due risposte corrette: 1 punto, per una risposta corretta non ottiene alcun punto.*
Hanno ordinato 58 rosette e 68 filoncini.	1 punto	
Totale:	**3 punti**	