ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2013. május 7.

MATEMATIKA OROSZ NYELVEN

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI ÉRETTSÉGI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

Важная информация

Инструкции по форме проверки:

1. Проверка теста производится ручкой, **цвет которой отличается** от ручки ученика, ошибки, недочёты и т.д., обозначаются так, как этого требует педагогическая практика.
2. В первом сером поле, расположенном рядом с заданием, указано максимальное количество баллов по данному заданию. **Количество баллов**, которое ставит учитель, указывается **в соседнем поле**.
3. В случае **совершенно правильного решения** достаточно вписать максимальное количество баллов в соответствующиее поле.
4. В случае недостаточного/ошибочного решения просим **промежуточные баллы** также вписать в тест.
5. Записи, сделанные карандашом вне чертежей, проверяющим экзаменатором не оцениваются.

Инструкции по содержанию:

1. В некоторых заданиях мы дали оценку нескольких возможных решений. В случае возникновения **отличного от них решения** найдите в данной инструкции равноценные части решения и поставьте баллы на основании них.
2. Можно производить **разбивку** баллов, указанных в инструкции. Но при этом ставятся только целые баллы.
3. Если ход мысли и конечный результат являются правильными, максимальное количество баллов можно поставить, даже если описание решения **менее подробно**, чем требует инструкция.
4. Если в решении допущена **ошибка вычисления**, неточность, балл не ставится только за ту часть задания, в которой ученик допустил ошибку. Если ученик работает дальше с ошибочным промежуточным результатом, но ход мысли правильный, и суть решаемой задачи не изменилась, то нужно ставить последующие промежуточные баллы.
5. **После принципиальной ошибки** в одном разделе задания (разделы задания отмечены в инструкции двойной линией) балл не ставится даже за формально правильные математические шаги. Но если ученик с тем исходным результатом, который получил после принципиальной ошибки, правильно производил дальнейшие расчёты в следующем разделе или подразделе задания, за решение этой части задания он получает максимальное количество баллов, если суть решаемой задачи не изменилась.
6. Если в инструкции в скобках указаны **примечание** или **единица измерения**, а в решении её нет, решение всё равно считается полноценным.
7. Среди нескольких попыток решения одного задания **оценивается только вариант, указанный учеником**.
8. За решения **не ставится премиальный балл** (балл, превышающий максимальное количесвтво баллов за данное задание или раздел задания).
9. **Не вычитаются баллы** за такие промежуточные расчёты, шаги, которые ошибочны, но ученик фактически не использовал их для решения задачи.
10. **Из 3 заданий, указанных в разделе II Б экзаменационного задания, оценивается решение только 2 заданий.** Предполагается, что ученик в специальном квадрате указал номер того задания, оценка которого не учитывается в общем количестве баллов. Решение этого задания не нужно проверять, даже если оно имеется. Если невозможно однозначно определить задание, которое ученик не просит оценивать, тогда автоматически самое последнее **по порядку** задание будет тем, которое оценивать не нужно.

I.

1.		
Дробь, полученная в результате упрощения: $\frac{a-2b}{3}$.	2 балла	*Эти 2 балла не разбиваются.*
Всего:	**2 балла**	

2.		
Образуется тело вращения, радиус основной окружности 5 см, высота 12 см.	1 балл	*Эсли эти мысли отражены на рисунке, даётся 1 балл.*
$V = 25\pi \cdot 12$ (см^3).	1 балл	
Объём тела вращения 300π см^3.	1 балл	*Полноценным принимается и ответ в виде десятичной дроби.*
Всего:	**3 балла**	

3.		
Количество действительных корней: 1.	2 балла	*За ответ x=5 даётся 1 балл.* *За ответ 5 даётся 0.*
Всего:	**2 балла**	

4.		
$x_1 = 14,\ x_2 = -14$	2 балла	*За каждый правильный ответ даётся 1-1 балл.*
Всего:	**2 балла**	

5.		
Радиус-вектор середины: $\vec{f} = \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$.	1 балл	
Упорядочив выражение: $\vec{b} = 2\vec{f} - \vec{a}$.	1 балл	
Всего:	**2 балла**	

6.		
Искомый наименьший положительный угол 30º.	2 балла	*За запись $750^o = 2 \cdot 360^o + 30^o$ даётся 1 балл.*
Всего:	**2 балла**	

7.		
$x^2 + 18x + 81 = (x+9)^2$	1 балл	
Квадрат какого-либо числа имеет наименьшее значение, если в квадрат возводится 0. Функция принимает наименьшее значение, если $x = -9$	1 балл	
Всего:	**2 балла**	

8.		
Имеется 2^4=16 пятизначных положительных чисел.	2 балла	
Всего:	**2 балла**	

9.		
I. группа 180 человек, II. группа 240 человек, III. группа 300 человек.	1-1 балл	
Всего:	**3 балла**	

10.		
Преобразуем уравнение в виде $2x - 7y = 0$.	1 балл	
Один нормальный вектор прямой *e*, перпендикулярной выше указанной прямой: **n** (7 ; 2),	1 балл	
так, уравнение прямой *e* $7x + 2y = 33$.	1 балл	*В качестве полноценного ответа принимается правильное употребление уравнений прямых в любой фофрме.*
Всего:	**3 балла**	

11.		
А: верно; Б: неверно; В: верно; Г: верно.	1-1 балл	
Всего:	**4 балла**	

12.		
Запишем члены прогрессии: $a_1 = -1, \quad a_2 = 1, \quad a_3 = 0, \quad a_4 = 1, \quad a_5 = 1, \quad a_6 = 2$.	2 балла	
Так $S_6 = 4$.	1 балл	
Всего:	**3 балла**	

II. A

13. а)		
Сторона квадрата a, стороны прямоугольника a, и $\frac{a}{3}$.	1 балл	*Если обозначения указаны только на рисунке, тоже даётся 1 балл.*
Периметр одного прямоугольника равен $2a+\frac{2a}{3}=24$,	2 балла	
отсюда $a=9$ см.	1 балл	
Площадь квадрата равна 81 см^2.	1 балл	
Всего:	**5 баллов**	

13. б) первое решение		
Согласно теореме Пифагора $13^2-12^2=x^2$ (или 13,12, 5 тройка Пифагора),	1 балл	
катет прямоугольного треугольника (BP) 5 см.	1 балл	
Возможно два варианта записи площади треугольника: $T=\frac{a\cdot b}{2}=\frac{c\cdot m_c}{2}$,	2 балла	
отсюда $a\cdot b=c\cdot m_c$,	1 балл	
то есть $m_c=\frac{a\cdot b}{c}=\frac{60}{13}$.	1 балл	
Длина высоты, отпущенной на гипотенузу, равна 4,6 см.	1 балл	
Всего:	**7 баллов**	

13. б) второе решение		
Согласно теореме Пифагора $13^2-12^2=x^2$ (или 13, 12, 5 тройка Пифагора),	1 балл	
Катет прямоугольного треугольника (BP) 5 см.	1 балл	
Согласно теореме катетов $5=\sqrt{13\cdot p}$,	2 балла	
$p=\frac{25}{13}\approx 1{,}92$.	1 балл	
Используя теорему Пифагора $m_c^{\,2}=5^2-\left(\frac{25}{13}\right)^2$	1 балл	
Длина высоты, отпущенной на гипотенузу, равна 4,6 см.	1 балл	
Всего:	**7 баллов**	

13. б) третье решение		
Угол вершины *A* в прямоугольном треугольнике *ABP* обозначим буквой α , а основание высоты, отпущенной на гипотенузу AP, буквой Q. В прямоугольном треугольнике *ABP* $\cos\alpha = \frac{AB}{AP} = \frac{12}{13}$.	2 балла	
$\alpha \approx 22{,}62°$.	1 балл	*Этот балл даётся и в случае, если в дальнейшем правильно вычисляется значение* $\sin\alpha$.
В прямоугольном треугольнике *AQB* $\sin\alpha = \frac{BQ}{AB} = \frac{BQ}{12}$.	2 балла	
$BQ = 12 \cdot \sin\alpha \approx 12 \cdot 0{,}3846 \approx 4{,}6152$.	1 балл	
Длина высоты, отпущенной на гипотенузу, равна 4,6 см.	1 балл	
Всего:	**7 баллов**	

14. а)		
Область определения: $\left(\text{из} - \text{за того, что } 2x - 5 > 0 \text{ и } x > 0\ \right)\ x > \frac{5}{2}$.	1 балл	*Если используется полученное уравнение и полученный корень проверяется подстановкой, даётся этот балл.*
(Используя тождества логарифма) $2x - 5 = \frac{x}{3}$.	2 балла	
После упорядочения уравнения $x = 3$.	1 балл	
Полученный корень является элементом области определения, т.е. это и есть решение задания.	1 балл	
Всего:	**5 баллов**	

14. б)		
$0 \le 13-2x$, так $x \le 6{,}5$.	1 балл	*Эти баллы даются, если используется полученное уравнение, полученный корень проверяется подстановкой и исключается ложный корень,*
$0 \le \sqrt{13-2x} = x-5$, отсюда $5 \le x$. Следовательно, уравнение может иметь решение, если $5 \le x \le 6{,}5$.	1 балл	
Возведя в квадрат обе стороны: квадрат левой стороны $13-2x$.	1 балл	
Квадрат правой стороны: $x^2-10x+25$.	1 балл	
Решаемое уравнение второй степени: $0 = x^2-8x+12$.	1 балл	
Отсюда $x=6$ или $x=2$.	1 балл	
Единственное действительное решение уравнения на основном множестве: 6.	1 балл	
Всего:	**7 баллов**	

15. а)		
Оба диплома имеют 20 человек,	1 балл	
потому что количество дипломов равно 42+28=70, что на 20 больше, чем число сотрудников, имеющих диплом	1 балл	*Этот балл даётся и за составление соответствующего рисунка множеств.*
Таким образом, только диплом техника имеют 22 человека.	1 балл	
Всего:	**3 балла**	

15. б)		
Если количество сотрудников моложе 30 лет: x,	1 балл	*Если эта мысль появляется только в ходе решения задания, даётся этот балл.*
тогда среднее: $\frac{x \cdot 148000 + (50-x) \cdot 173000}{50} = 165\,000$.	1 балл	
$x=16$	1 балл	
В лаборатории 16 сотрудников моложе 30 лет.	1 балл	
Всего:	**4 балла**	

15. в)		
Оплачиваются расходы 5 сотрудников.	1 балл	
Общее число случаев: $\binom{25}{5}$,	1 балл	
Число подходящих случаев: $\binom{17}{5}$.	1 балл	
(Используя классическую модель вероятности:) $\dfrac{\binom{17}{5}}{\binom{25}{5}} = \dfrac{6188}{53130} \approx 0{,}1165.$	1 балл	
Вероятность того, что отбирается 5 женщин: 0,12 (или 11,65%).	1 балл	
Всего:	**5 баллов**	

II. Б

16. а)		
Относительно длины третьей стороны треугольника c (из-за неравенства треугольника) должны реализоваться неравенства $20+c>22$	1 балл	
и $c<20+22$.	1 балл	
Так $2<c<42$.	1 балл	
Если длина и третьей стороны тоже целое число, наименьшее значение c может быть 3, а наибольшее значение может быть 41.	1 балл	
Это означает наличие 39 соответствующих треугольников.	1 балл	
Всего:	**5 баллов**	

16. б)		
(Обозначив угол, образованный двумя сторонами, буквой γ) $88 = \dfrac{20 \cdot 22 \cdot \sin\gamma}{2}$.	1 балл	
Отсюда $\sin\gamma = 0{,}4$.	1 балл	
$\gamma_1 \approx 23{,}6^\circ$	1 балл	
$\gamma_2 \approx 156{,}4^\circ$	1 балл	
Всего:	**4 балла**	

16. в)		
При $\gamma_1 \approx 23{,}6^\circ$ длину третьей стороны (c_1) можно вычислить, используя теорему косинуса.	1 балл	*Если эта мысль появляется только в ходе решения задания, даётся этот балл.*
$c_1^2 \approx 20^2 + 22^2 - 2\cdot 20\cdot 22\cdot \cos 23{,}6^\circ$	1 балл	
$c_1^2 \approx 77{,}568$,	1 балл	
и отсюда длина $c_1 \approx 8{,}8$ единиц.	1 балл	
При $\gamma_2 \approx 156{,}4^\circ$ длину третьей стороны (c_2): $c_2^2 \approx 20^2 + 22^2 - 2\cdot 20\cdot 22\cdot \cos 156{,}4^\circ$.	1 балл	
$c_2^2 \approx 884 - 880\cdot(-0{,}9164)$, т.е. $c_2^2 \approx 1690{,}4$ и отсюда	1 балл	
длина $c_2 \approx 41{,}1$ единиц·	1 балл	
Длина третьей стороны треугольника может быть $\approx 8{,}8$ единиц или $\approx 41{,}1$ единиц.	1 балл	
Всего:	**8 баллов**	*Если учитывается только один случай, даётся максимум 4 балла.*

17. а)		
Арендная плата Габора увеличивается согласно геометрической прогрессии, $a_1 = 100$ és $a_{24} = 200$.	1 балл	
$100\cdot q^{23} = 200$, $q^{23} = 2$ (где $q = 1 + \frac{p}{100}$)	1 балл	
$q = \sqrt[23]{2} = 2^{\frac{1}{23}}$ $(\approx 1{,}0306)$	1 балл	
$p = 3{,}06$,	1 балл	
то есть, арендная плата Габора каждый месяц растёт на 3,06%.	1 балл	
Всего:	**5 баллов**	

17. б)		
Арендная плата Петера увеличивается согласно арифметической прогрессии, $b_1 = 100$ и $b_{24} = 200$,	1 балл	
$200 = 100 + 23\cdot d$	1 балл	
$d = \frac{100}{23} \approx 4{,}35$, ежемесячный рост равен 4,35 таллерам.	1 балл	
Всего:	**3 балла**	

17. в)		
Сумма первых 24 членов прогрессий :	1 балл	*Если эта мысль появляется только в ходе решения задания, даётся этот балл.*
$S_{Габор} = 100 \cdot \frac{\left(\sqrt[23]{2}\right)^{24} - 1}{\sqrt[23]{2} - 1} \approx 3468{,}45$.	2 балла	
$S_{Петер} = \frac{100 + 200}{2} \cdot 24 = 3600$.	2 балла	
За 24 месяца Петер уплачивет на 132 таллеров больше арендной платы, чем Габор.	1 балл	
Всего:	**6 баллов**	
При графическом изображении месячного размера арендной платы видно, что каждый месяц Петер должен платить больше, чем Габор (за исключением 1-го и 24-го месяцев). Поэтому очевидно, что за 24 месяца Петер должен уплатить больше за аренду, чем Габор. За правильную мысль, основаную на чётко построенных графиках, можно дать 3 балла.		

17. г)		
В первые 12 месяцев Петер уплачивает $S_{12} = \frac{2 \cdot 100 + 11 \cdot \frac{100}{23}}{2} \cdot 12 \approx 1487$ таллеров за аренду,	1 балл	
во вторые 12 месяцев 2113 таллеров.	1 балл	
$\frac{2113}{1487} \approx 1{,}421$, то есть во втором году Петер уплачивает за аренду на 42,1% больше, чем в первом году.	1 балл	
Всего:	**3 балла**	

18. а) первое решение		
Если не учесть, что два вида товара не должны оказываться рядом, то шесть видов товара можно разместить 6!-способами.	1 балл	
Если два вида товара оказываются рядом, но мы не различаем их очерёдность, то возможны, 5!-способов размещения.	1 балл	
Если различать и очерёдность этих двух видов товара, то имеется: $2 \cdot 5!$-способов очерёдности шести видов товара.	1 балл	
Мы можем получить число соответствующих очерёдностей, если из всех случаев вычтем число тех очерёдностей, в которых рядом находятся сухари и крупа: $6! - 2 \cdot 5!$.	2 балла	*За менее детальный ход мыслей тоже даётся 2 балла.*
Итак, имеется 480 очерёдностей размещения шести видов товара.	1 балл	
Всего:	**6 баллов**	*Если не учитывается, что эти два вида товара не должны находится рядом, можно дать только1 балл.*

18. а) второе решение		
Только крупу и сухари можно было бы разместить $6 \cdot 5$, т.е. 30-способами, если они могли бы находиться рядом.	1 балл	
В 5 случаях эти два вида товара могут оказаться рядом, если не учесть их очерёдность,	1 балл	
но, поскольку, учитываетя и очерёдность, имеется 10 случаев.	1 балл	
Таким образом, возможны $(30-10=)$ 20 способов размещения этих двух видов товара так, чтобы они не были рядом.	1 балл	
Во всех 20 случаях остальные четыре вида товара можно разместить 4!-способами.	1 балл	
Итак, имеется $20 \cdot 4! = 480$ способов очерёдности размещения шести видов товара.	1 балл	
Всего:	**6 баллов**	

18. б)		
В целом было заказано 325 (=176+109+40) штук хлеба и возвращено 42 штук,	1 балл	
это составляет 12,9% заказа.	1 балл	
В целом было заказано 695 (=314+381) штук булочных изделий и возвращено 34 штук,	1 балл	
это составляет 4,9% заказа.	1 балл	
Всего:	**4 балла**	

18. в)		
Количество булочных изделий, проданных в отдельные дни: 124; 133; 132; 122; 150 db.	1 балл	
Эти два дня можно выделить $\binom{5}{2}$ - способами.	1 балл	
(Было три дня, когда продавали не меньше 130 штук.) Соответствующие два дня можно выделить $\binom{3}{2}$ - способами,	1 балл	
итак, искомая вероятность $\frac{\binom{3}{2}}{\binom{5}{2}} = 0{,}3$	1 балл	
Всего:	**4 балла**	

18. г)		
Было заказано белого хлеба весом 1 кг $\left(\frac{155}{5} =\right)$ 31 штук, белого хлеба весом 0,5 кг. $\left(\frac{95}{5} =\right)$ 19 штук, ржаного хлеба $\left(\frac{33}{5} = 6{,}6\right)$ 7 штук,	2 балла	За два правильных ответа даётся 1 балл, за один правильный ответ не даётся балла.
булок 58, рогаликов 68 штук.	1 балл	
Всего:	**3 балла**	