

**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2013. május 7.**

**MATEMATIKA  
SPANYOL NYELVEN**

**KÖZÉPSZINTŰ  
ÍRÁSBELI VIZSGA**

**2013. május 7. 8:00**

**I.**

Időtartam: 45 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

**EMBERI ERŐFORRÁSOK  
MINISZTERIUMA**

## Información importante

1. Para la resolución de los ejercicios dispone de 45 minutos; acabado este tiempo debe finalizar el trabajo.
2. El orden para resolver los ejercicios es opcional.
3. Para la resolución de los problemas se puede usar una calculadora que no tenga memoria de datos y cualquier libro con tablas y fórmulas. No se puede usar ayuda electrónica ni impresa.
4. **Escriba el resultado final del ejercicio en el recuadro indicado para ello.** Sólo tiene que indicar los pasos que le llevan a la solución en caso de que se lo pidan.
5. Escriba con bolígrafo. Se pueden hacer los dibujos a lápiz. Todo lo que esté escrito a lápiz aparte del dibujo no se calificará. Si tacha cualquier respuesta o una parte de ella, esa parte no se tendrá en cuenta.
6. Sólo se puede puntuar una solución por ejercicio. En caso de que haya varios procedimientos para la resolución, debe indicar con absoluta claridad cuál es el válido.
7. **No puede escribir nada en los recuadros de puntuación de color gris.**

1. Simplifique con  $ab$  la fracción  $\frac{a^2b - 2ab^2}{3ab}$ , si  $ab \neq 0$ .

Fracción obtenida después de simplificar:	2 puntos	
---	----------	--

2. Dos lados de un rectángulo miden 12 cm y 5 cm, respectivamente. Giramos el rectángulo en torno a la recta de su lado mayor. ¿Cuál es el volumen del cuerpo de revolución originado?  
Justifique la respuesta.

	2 puntos	
Volumen del cuerpo de revolución:	1 punto	

3. ¿Cuántas soluciones (raíces) reales tiene la ecuación  $(x-5)(x^2+1) = 0$  ?

El número de raíces reales:	2 puntos	
-----------------------------	----------	--

4. Determine todos aquellos valores de  $x$  para los que la función  $f$ , definida en el conjunto de los números reales, toma el valor 10, si  $f(x) = |x| - 4$ .

Valores de $x$ buscados:	2 puntos	
--------------------------	----------	--

5. Sea  $F$  el punto medio del segmento  $AB$ . Sea  $\mathbf{a}$  el vector de posición correspondiente al punto  $A$  y  $\mathbf{f}$ , el que corresponde al punto  $F$ . Exprese el vector  $\mathbf{b}$ , vector de posición del punto  $B$ , en función de los vectores  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{f}$ . Justifique la respuesta.

	1 punto	
El vector de posición del punto $B$ :	1 punto	

6. Sea  $\mathbf{e}$  el vector unitario:  $\mathbf{e} (\cos 750^\circ ; \sin 750^\circ)$ . ¿Cuál es el menor ángulo con el que hay que girar, en sentido positivo de giro, el vector  $\mathbf{i} (1 ; 0)$  para obtener el vector  $\mathbf{e}$ ?

El menor ángulo positivo buscado:	2 puntos	
-----------------------------------	----------	--

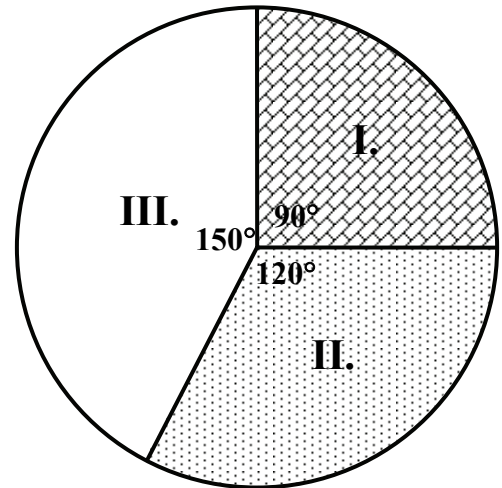
7. ¿Cuál es el valor(es) de  $x$  para el que la función  $f$ , definida en el conjunto de los números reales, alcanza su valor mínimo, si  $f(x) = x^2 + 18x + 81$ ? Justifique la respuesta.

	1 punto	
$x =$	1 punto	

8. ¿Cuántos números positivos de cinco cifras hay en el sistema de numeración binario (base dos)?

..... números positivos de cinco cifras hay en el sistema binario.	2 puntos	
--	----------	--

9. El diagrama de sectores que muestra la figura, representa la distribución de 720 personas encuestadas sobre la frecuencia con que usan Internet: I. no usan Internet; II. usan Internet con frecuencia; III. raras veces usan Internet.  
 ¿Cuántas personas encuestadas pertenecen a cada grupo?



I.:		
II.:		
III.:		
		3 puntos

10. La recta  $e$  pasa por el punto  $A(5; -1)$  y es perpendicular a la recta de ecuación  $2x = 7y$ . Escriba la ecuación de la recta  $e$ . Justifique la respuesta.

		2 puntos
La ecuación de la recta:		1 punto

**11.** Determine si son verdaderas o falsas cada una de las siguientes afirmaciones.

- A: Si un número par es divisible por 9, entonces también será divisible por 18.
- B: Todos los números divisibles por 100 son también divisibles por 200.
- C: Existe algún número divisible por 100 que es también divisible por 13.
- D: Sólo los números pares divisibles por 3 son divisibles por 6.

A: B: C: D:	4 puntos	
----------------------	----------	--

**12.** En una sucesión, el primer término es  $-1$  y el segundo término es  $1$ . Los demás términos de la sucesión se obtienen sumando los dos términos inmediatamente anteriores a él. Calcule la suma de los seis primeros términos de la sucesión. Escriba el desarrollo de los cálculos.

	2 puntos	
$S_6 =$	1 punto	

		puntuación máxima	puntos conseguidos
parte I	ejercicio 1	2	
	ejercicio 2	3	
	ejercicio 3	2	
	ejercicio 4	2	
	ejercicio 5	2	
	ejercicio 6	2	
	ejercicio 7	2	
	ejercicio 8	2	
	ejercicio 9	3	
	ejercicio 10	3	
	ejercicio 11	4	
	ejercicio 12	3	
<b>TOTAL</b>		<b>30</b>	

---

 fecha

---

 profesor que corrige

	elért pontszáma <b>egész számra</b> kerekítve / puntos conseguidos redondeados a un <b>número entero</b>	programa beírt <b>egész</b> pontszám / puntos <b>enteros</b> según el programa
I. rész / parte I		

---

 javító tanár /  
profesor que corrige

---

 jegyző /  
secretario del Tribunal de Examen

---

 dátum / fecha

---

 dátum / fecha

## Megjegyzések:

- Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
- Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!

## Observaciones:

- Si el alumno examinado comienza la parte II del examen escrito, entonces deje en blanco esta tabla y los lugares destinados a las firmas.
- Si el examen se interrumpe por alguna causa durante la parte I o si no se continúa en la parte II, entonces habrá que rellenar estas tablas y firmar en esta hoja.



**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2013. május 7.**

**MATEMATIKA  
SPANYOL NYELVEN**

**KÖZÉPSZINTŰ  
ÍRÁSBELI VIZSGA**

**2013. május 7. 8:00**

**II.**

Időtartam: 135 perc

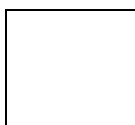
Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

**EMBERI ERŐFORRÁSOK  
MINISZTERIUMA**



## Información importante

1. Para la resolución de los ejercicios dispone de 135 minutos, acabado este tiempo debe finalizar el trabajo.
2. El orden para resolver los ejercicios es opcional.
3. En la parte **B** sólo tiene que resolver dos de los tres ejercicios propuestos. **Una vez finalizado el examen tiene que escribir el número del ejercicio que no resuelva en este cuadrado.** Si para el profesor que corrige no queda absolutamente claro cuál es el ejercicio no elegido, se eliminará automáticamente el ejercicio 18, es decir, no recibirá ningún punto para el ejercicio 18.



4. Para la resolución de los problemas se puede usar una calculadora que no tenga memoria de datos y cualquier libro con tablas y fórmulas. No se puede usar ayuda electrónica ni impresa.
5. **Por favor, especifique los pasos que ha seguido en el desarrollo del ejercicio hasta llegar a la solución porque la mayoría de los puntos que puede obtener se dan por las explicaciones.**
6. **Preste atención a que todos los pasos en el proceso de la resolución puedan seguirse de manera clara.**
7. Al resolver los ejercicios, si necesita hacer referencia a alguno de los teoremas conocidos, como, por ejemplo, el teorema de Pitágoras o el teorema de la altura, no tiene que especificar su enunciado ni la demostración; es suficiente nombrarlos y *aplicarlos explicando por qué puede hacerlo.*
8. Tiene que explicar el resultado (la respuesta del problema) también con alguna o algunas frases.
9. Escriba con bolígrafo. Se pueden hacer los dibujos a lápiz. Todo lo que esté escrito a lápiz aparte del dibujo no se calificará. Si tacha cualquier respuesta o una parte de ella, esa parte no se tendrá en cuenta.
10. Sólo se puede puntuar una solución por ejercicio. En caso de que haya varios procedimientos para la resolución, debe **indicar, con absoluta claridad**, cuál es el válido.
11. **No puede escribir nada en los recuadros de puntuación de color gris.**

**A**

**13.**

- a)** Descomponemos un cuadrado en tres rectángulos congruentes trazando dos rectas paralelas a uno de sus lados. El perímetro de uno de estos rectángulos es 24 cm.  
¿Cuántos  $\text{cm}^2$  mide el área del cuadrado?
- b)** Los lados de un cuadrado  $ABCD$  miden 12 cm. Desde el vértice  $A$  del cuadrado, trazamos una semirrecta que corta al lado  $BC$  en el punto  $P$ . El lado  $AP$  del triángulo  $ABP$  que se ha formado, mide 13 cm.  
Calcule la altura correspondiente a la hipotenusa del triángulo rectángulo  $ABP$ .  
Expresé la longitud de la altura en centímetros, redondeada con un decimal.

<b>a)</b>	5 puntos	
<b>b)</b>	7 puntos	
<b>Total:</b>	12 puntos	



**14.** Resuelva las siguientes ecuaciones en el conjunto de los números reales.

**a)**  $\lg(2x - 5) = \lg x - \lg 3$

**b)**  $\sqrt{13 - 2x} = x - 5$

<b>a)</b>	5 puntos	
<b>b)</b>	7 puntos	
<b>Total:</b>	12 puntos	



**15.** En un laboratorio de investigación, se puede trabajar con un certificado de técnico o con título superior. Entre las 50 personas que trabajan en el laboratorio, hay 42 que tienen el certificado de técnico y 28 personas con título universitario.

**a)** ¿Cuántos trabajadores tienen sólo certificado de técnico?

El salario medio de los 50 empleados del laboratorio es de 165 000 forintos. De entre ellos, el salario medio de los menores de 30 años es de 148 000 forintos y el de los demás es de 173 000 forintos.

**b)** ¿Cuántos empleados menores de 30 años hay en el laboratorio?

Se ha organizado una conferencia para el fin de semana a la que desean asistir 25 investigadores, entre ellos 17 mujeres y 8 hombres. El instituto de investigación sólo puede pagar los gastos de asistencia al 20% de las 25 personas que se han inscrito.

**c)** Si el equipo directivo elige al azar a las personas a las que les puede pagar los gastos, ¿cuál es la probabilidad de que sólo haya mujeres entre las personas elegidas ?

Dé la respuesta aproximada con dos decimales.

<b>a)</b>	3 puntos	
<b>b)</b>	4 puntos	
<b>c)</b>	5 puntos	
<b>Total:</b>	12 puntos	





**B**

**Sólo tiene que resolver dos de entre los ejercicios 16-18. Puede elegirlos libremente. Escriba el número del ejercicio eliminado en el cuadrado de la página 3.**

- 16.** Dos lados de un triángulo miden 20 y 22 unidades, respectivamente.
- a) ¿Cuánto puede medir el tercer lado del triángulo? ¿En cuántos de estos triángulos la longitud del tercer lado es un número entero?
  - b) ¿Cuánto puede medir el ángulo formado por los dos lados, si el área del triángulo es igual a 88 unidades de área?  
Expresa el ángulo buscado en grados, aproximando con un decimal.
  - c) ¿Cuánto puede medir el tercer lado del triángulo con las condiciones del apartado b)?  
Expresa la longitud del lado buscado redondeada con un decimal.

<b>a)</b>	5 puntos	
<b>b)</b>	4 puntos	
<b>c)</b>	8 puntos	
<b>Total:</b>	17 puntos	



**Sólo tiene que resolver dos de entre los ejercicios 16-18. Puede elegirlos libremente. Escriba el número del ejercicio eliminado en el cuadrado de la página 3.**

- 17.** Una compañía que ayuda a nuevos empresarios, alquila locales ofreciendo buenas condiciones de pago. Se puede alquilar cada local durante 24 meses. La cuota de alquiler del primer mes es de 100 *tallér* (moneda antigua húngara) y la del mes 24 es de 200 *tallér*. A partir del segundo mes, los inquilinos tendrán que pagar cada mes más que el mes anterior. Para ello, pueden elegir entre dos opciones. La primera opción es que cada mes tendrán que pagar un  $p$  % más que el mes anterior. La segunda opción es que cada mes se pagarán  $d$  *tallér* más que en el mes anterior. Gábor alquila un local eligiendo la primera opción y Péter alquila otro local de acuerdo con la opción segunda. (La moneda de cambio equivale a la centésima parte del *tallér*).
- a) ¿Con qué tanto por ciento aumenta mes a mes el alquiler de Gábor?  
Exprese la respuesta redondeada a centésimas.
  - b) ¿Cuántos *tallér* aumenta el alquiler de Péter mensualmente?  
Exprese la respuesta redondeada a centésimas.
  - c) ¿Quién paga más por el alquiler durante los 24 meses, Gábor o Péter?  
¿Cuánto más paga uno que el otro?
  - d) ¿Qué tanto por ciento más tiene que pagar Péter por el alquiler el segundo año que el primero?

<b>a)</b>	5 puntos	
<b>b)</b>	3 puntos	
<b>c)</b>	6 puntos	
<b>d)</b>	3 puntos	
<b>Total:</b>	17 puntos	



**Sólo tiene que resolver dos de entre los ejercicios 16-18. Puede elegirlos libremente. Escriba el número del ejercicio eliminado en el cuadrado de la página 3.**

**18.** El gerente de un supermercado encargó al reponedor de productos que en el estante que está al lado de la entrada, en la parte de abajo, colocara en 6 compartimentos, los siguientes artículos: arroz, azúcar, harina, sal, sémola de trigo y pan rallado. El gerente advirtió al empleado que tuviera cuidado de poner un solo artículo en cada compartimento y también le pidió que la sémola y el pan rallado no estuvieran en compartimentos consecutivos ya que su nuevo envoltorio es muy parecido y se podrían confundir fácilmente. Por otra parte, los seis artículos se pueden colocar en cualquier orden.

- a) ¿De cuántas maneras pudo el empleado establecer el orden de colocación de los seis artículos?

El dueño de una tienda firmó un contrato con una panadería con la condición de que cada noche, antes de cerrar la tienda, el dueño debía pedir la cantidad de pan y de panecillos que necesitaría para el día siguiente. En cada ocasión pedía tres tipos de pan (pan blanco de 1 kg, pan blanco de ½ kg y pan integral) y dos tipos de panecillos (redondos y en forma de media luna).

A lo largo de los cinco días laborables (de lunes a viernes) de la semana 32<sup>a</sup>, iba anotando del encargo que había hecho a la panadería, la cantidad que vendía y la cantidad sobrante que había que devolver.

En la siguiente tabla, se puede observar la muestra de los datos recogidos cada día:

Productos de la panadería	1 <sup>er</sup> día		2 <sup>o</sup> día		3 <sup>er</sup> día		4 <sup>o</sup> día		5 <sup>o</sup> día	
	vendidos	devueltos	vendidos	devueltos	vendidos	devueltos	vendidos	devueltos	vendidos	devueltos
pan blanco de 1 kg	32	6	28	4	30	4	29	5	36	2
pan blanco de 1/2 kg	19	1	20	4	18	2	20	5	18	2
pan integral	7	3	6	1	6	2	6	0	8	1
panecillos redondos	56	4	58	2	58	6	54	6	68	2
en forma de media luna	68	2	75	0	74	6	68	3	82	3

- b) Calcule, en total, cuántas unidades de pan y de panecillos encargó el dueño de la tienda durante los 5 días. Y calcule también qué tanto por ciento de la cantidad encargada tuvo que devolver de cada uno de los dos tipos.
- c) Elegimos al azar 2 de los 5 días. ¿Cuál es la probabilidad de que elijamos dos de los días en los que se han vendido por lo menos 130 panecillos?

A lo largo de la semana siguiente, la 33<sup>a</sup>, el comerciante encargó todos los días la misma cantidad de cada uno de los productos de la panadería. De cada uno de los tres tipos de pan encargó la media, redondeada a un número entero, de las cantidades vendidas diariamente durante la semana 32<sup>a</sup> y de cada tipo de panecillos, de los redondos y los de forma de media luna, encargó la moda de las cantidades vendidas durante la semana 32<sup>a</sup>.

- d)** ¿Qué cantidad diaria encargó entonces de cada uno de los productos de la panadería?

<b>a)</b>	6 puntos	
<b>b)</b>	4 puntos	
<b>c)</b>	4 puntos	
<b>d)</b>	3 puntos	
<b>Total:</b>	17 puntos	











	número del ejercicio	puntuación máxima	puntos conseguidos	total
parte II A	13	12		
	14	12		
	15	12		
parte II B		17		
		17		
		← ejercicio no elegido		
<b>TOTAL</b>		<b>70</b>		

	puntuación máxima	puntos conseguidos
parte I	30	
parte II	70	
<b>Puntuación conseguida en el examen escrito</b>	<b>100</b>	

\_\_\_\_\_

fecha

\_\_\_\_\_

profesor que corrige

	elért pontszáma <b>egész számra</b> kerekítve / puntos conseguidos redondeados a un <b>número</b> <b>entero</b>	programba beírt <b>egész</b> pontszám / puntos <b>enteros</b> según el programa
I. rész / parte I		
II. rész / parte II		

\_\_\_\_\_

javító tanár /  
profesor que corrige

\_\_\_\_\_

jegyző /  
secretario del Tribunal de Examen

\_\_\_\_\_

dátum / fecha

\_\_\_\_\_

dátum / fecha