

**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2015. október 13.**

**MATEMATIKA**  
**KÖZÉPSZINTŰ**  
**ÍRÁSBELI VIZSGA**

**2015. október 13. 8:00**

**I.**

Időtartam: 45 perc

|                |  |
|----------------|--|
| Pótlapok száma |  |
| Tisztázati     |  |
| Piszkozati     |  |

**EMBERI ERŐFORRÁSOK**  
**MINISZTERIUMA**

## Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A megoldások sorrendje tetszőleges.
3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja**, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!
5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
6. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

1. Oldja meg az  $x^2 - 4x - 21 = 0$  egyenletet a valós számok halmazán!

|       |        |  |
|-------|--------|--|
| $x =$ | 2 pont |  |
|-------|--------|--|

2. Egy  $ABC$  háromszög  $A$  csúcsnál lévő **külső** szöge  $104^\circ$ -os,  $B$  csúcsnál lévő **belső** szöge  $74^\circ$ -os.  
Hány fokos a háromszög  $C$  csúcsnál lévő **külső** szöge? Válaszát indokolja!

|  |        |  |
|--|--------|--|
|  | 2 pont |  |
| A $C$ csúcsnál lévő külső szög nagysága: | 1 pont |  |

3. Adja meg a valós számok halmazán értelmezett  $f(x) = 1 + \sin x$  függvény értékkészletét!

|                  |        |  |
|------------------|--------|--|
| Az értékkészlet: | 2 pont |  |
|------------------|--------|--|

4. Az alábbi függvények a pozitív számok halmazán értelmezettek:

$$f(x) = -5x;$$

$$g(x) = 5\sqrt{x};$$

$$h(x) = \frac{5}{x};$$

$$i(x) = 5 - x.$$

Adja meg annak a függvénynek a betűjelét, amelyik fordított arányosságot ír le!

|           |        |  |
|-----------|--------|--|
| A válasz: | 2 pont |  |
|-----------|--------|--|

5. Az  $A$  halmaz elemei a 28 pozitív osztói, a  $B$  halmaz elemei a 49 pozitív osztói.  
Adja meg az  $A \cap B$  és a  $B \setminus A$  halmazokat elemeik felsorolásával!  
Megoldását részletezze!

|                   |        |  |
|-------------------|--------|--|
|                   | 1 pont |  |
| $A \cap B =$      | 1 pont |  |
| $B \setminus A =$ | 1 pont |  |

6. Hány kételemű részhalmaza van a  $\{2; 3; 5; 7; 11\}$  halmaznak?

|                                |        |  |
|--------------------------------|--------|--|
| A kételemű részhalmazok száma: | 2 pont |  |
|--------------------------------|--------|--|

7. Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!

- A)  $\sqrt{(-5)^2} = 5$   
B) Minden  $x \in \mathbf{R}$  esetén  $\sqrt{x^2} = x$ .  
C)  $2^{\frac{5}{2}} = \sqrt{32}$

|                |        |  |
|----------------|--------|--|
| A)<br>B)<br>C) | 2 pont |  |
|----------------|--------|--|

8. Az  $x$ -nél 2-vel nagyobb számnak az abszolútértéke 6.  
Adja meg  $x$  lehetséges értékeit!

|       |        |  |
|-------|--------|--|
| $x =$ | 2 pont |  |
|-------|--------|--|

9. Határozza meg az alábbi adatsor terjedelmét, átlagát és szórását!

1; 1; 1; 1; 3; 3; 3; 5; 5; 7

|               |        |  |
|---------------|--------|--|
| A terjedelem: | 1 pont |  |
| Az átlag:     | 1 pont |  |
| A szórás:     | 2 pont |  |

10. Az 50-nél nem nagyobb pozitív páros számok közül egyet véletlenszerűen kiválasztunk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy négyvel osztható számot választunk? Válaszát indokolja!

|                          |        |  |
|--------------------------|--------|--|
|                          | 2 pont |  |
| A kérdéses valószínűség: | 1 pont |  |

- 11.** A ruházati cikkek nettó árát 27%-kal növeli meg az áfa (általános forgalmi adó). A nettó ár és az áfa összege a bruttó ár, amelyet a vásárló fizet a termék vásárlásakor. Egy nadrágért 6350 Ft-ot fizetünk.  
Hány forint áfát tartalmaz a nadrág ára? Megoldását részletezze!

|                         |         |        |  |
|-------------------------|---------|--------|--|
|                         |         | 2 pont |  |
| A nadrág ára tartalmaz. | Ft áfát | 1 pont |  |

- 12.** Az iskolai asztaliteniszbajnokságon heten indulnak. Mindenki mindenkivel egyszer játszik. Mostanáig Anita már mind a 6 mérkőzését lejátszotta, Zsuzsa 2, Gabi, Szilvi, Kati és Orsi pedig 1-1 mérkőzésen vannak túl.  
Hány mérkőzését játszotta le mostanáig a bajnokság hetedik résztvevője, Flóra?

|                              |            |        |  |
|------------------------------|------------|--------|--|
| Flóra mostanáig játszott le. | mérkőzését | 2 pont |  |
|------------------------------|------------|--------|--|

|                 |             | maximális<br>pontszám | elért<br>pontszám |
|-----------------|-------------|-----------------------|-------------------|
| I. rész         | 1. feladat  | 2                     |                   |
|                 | 2. feladat  | 3                     |                   |
|                 | 3. feladat  | 2                     |                   |
|                 | 4. feladat  | 2                     |                   |
|                 | 5. feladat  | 3                     |                   |
|                 | 6. feladat  | 2                     |                   |
|                 | 7. feladat  | 2                     |                   |
|                 | 8. feladat  | 2                     |                   |
|                 | 9. feladat  | 4                     |                   |
|                 | 10. feladat | 3                     |                   |
|                 | 11. feladat | 3                     |                   |
|                 | 12. feladat | 2                     |                   |
| <b>ÖSSZESEN</b> |             | <b>30</b>             |                   |

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

javító tanár

|         | elért<br>pontszám<br><b>egész<br/>számra</b><br>kerekítve | programba<br>beírt <b>egész</b><br>pontszám |
|---------|---|---|
| I. rész |   |   |

\_\_\_\_\_

javító tanár

\_\_\_\_\_

jegyző

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

dátum

**Megjegyzések:**

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!



**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2015. október 13.**

**MATEMATIKA**  
**KÖZÉPSZINTŰ**  
**ÍRÁSBELI VIZSGA**

**2015. október 13. 8:00**

**II.**

Időtartam: 135 perc

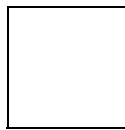
| Pótlapok száma |  |
|----------------|--|
| Tisztázati     |  |
| Piszkozati     |  |

**EMBERI ERŐFORRÁSOK**  
**MINISZTERIUMA**



## Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részsámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
9. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
10. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
11. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

**A**

**13.** Egy számtani sorozat három egymást követő tagja ebben a sorrendben 32;  $a$  és 18.

**a)** Határozza meg az  $a$  értékét és a sorozat differenciáját!

Egy mértani sorozat három egymást követő tagja ebben a sorrendben 32;  $b$  és 18.

**b)** Határozza meg a  $b$  értékét és a sorozat hányadosát!

A 32;  $c$  és 18 számokról tudjuk, hogy a három szám átlaga kettővel kisebb, mint a mediánja, továbbá  $32 > c > 18$ .

**c)** Határozza meg a  $c$  értékét!

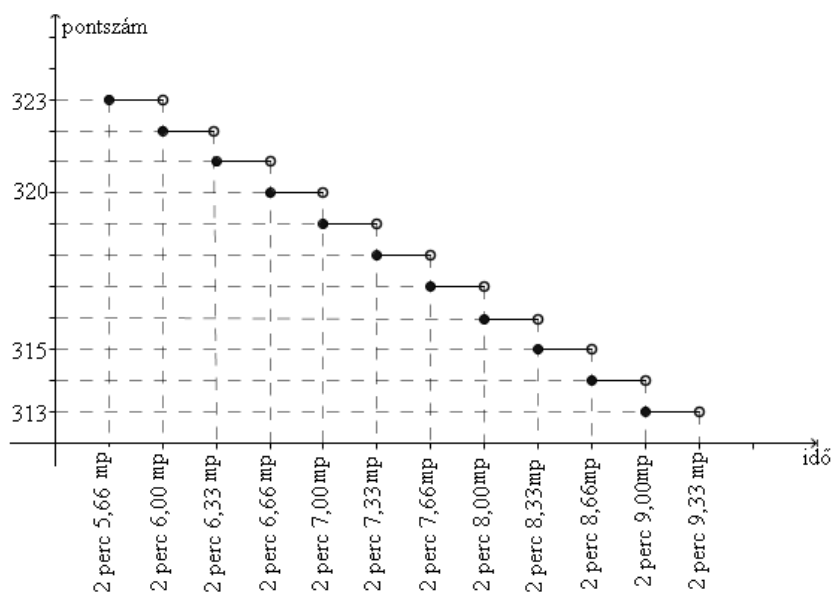
|            |         |  |
|------------|---------|--|
| <b>a)</b>  | 3 pont  |  |
| <b>b)</b>  | 5 pont  |  |
| <b>c)</b>  | 5 pont  |  |
| <b>Ö.:</b> | 13 pont |  |



- 14.** Egy öttusaversenyen 31 résztvevő indult. A vívás az első szám, ahol mindenki mindenkivel egyszer mérkőzik meg. Aki 21 győzelmet arat, az 250 pontot kap. Aki ennél több győzelmet arat, az minden egyes további győzelemért 7 pontot kap a 250 ponton felül. Aki ennél kevesebbszer győz, attól annyszor vonnak le 7 pontot a 250-ből, ahány győzelem hiányzik a 21-hez. (A mérkőzések nem végződhetnek döntetlenre.)

- a) Hány pontot kapott a vívás során Péter, akinek 5 veresége volt?
- b) Hány győzelme volt Bencének, aki 215 pontot szerzett?

Az öttusa úszás számában 200 métert kell úszni. Az elért időeredményekért járó pontszámot mutatja a grafikon.



- c) Jelölje meg az alábbi két kérdés esetén a helyes választ!

Hány pontot kapott Robi, akinek az időeredménye 2 perc 6,28 másodperc?

- A:** 320                      **B:** 321                      **C:** 322                      **D:** 323

Péter 317 pontot kapott. Az alábbiak közül válassza ki Péter időeredményét!

- A:** 2 perc 7,00 mp    **B:** 2 perc 7,60 mp    **C:** 2 perc 7,80 mp    **D:** 2 perc 8,00 mp

Az öttusa lovaglás számában egy akadálypályán tizenkét különböző akadályt kell a versenyzőnek átugratnia. Egy akadály a nehézsége alapján három csoportba sorolható: *A*, *B* vagy *C* típusú. Ádám a verseny előtti bemelegítéskor először az öt darab *A*, majd a négy darab *B*, végül a három darab *C* típusú akadályon ugrat át, mindegyiken pontosan egyszer. Bemelegítéskor az egyes akadálytípusokon belül a sorrend szabadon megválasztható.

- d)** Számítsa ki, hogy a bemelegítés során hányféle sorrendben ugrathatja át Ádám a tizenkét akadályt!

|            |         |  |
|------------|---------|--|
| <b>a)</b>  | 3 pont  |  |
| <b>b)</b>  | 3 pont  |  |
| <b>c)</b>  | 2 pont  |  |
| <b>d)</b>  | 4 pont  |  |
| <b>Ö.:</b> | 12 pont |  |

**15.** Az  $ABC$  derékszögű háromszög  $AC$  befogója 6 cm,  $BC$  befogója 8 cm hosszú.

a) Számítsa ki az  $ABC$  háromszög hegyesszögeinek nagyságát!

A  $DEF$  derékszögű háromszög  $DE$  befogója 7 cm-rel rövidebb, mint a  $DF$  befogó.  
Az átfogó 2 cm-rel hosszabb, mint a  $DF$  befogó.

b) Számítsa ki a  $DEF$  háromszög oldalainak hosszát!

|            |         |  |
|------------|---------|--|
| a)         | 3 pont  |  |
| b)         | 8 pont  |  |
| <b>Ö.:</b> | 11 pont |  |





**B**

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

**16.** Az  $\vec{AB}$  és  $\vec{AC}$  vektorok  $120^\circ$ -os szöget zárnak be egymással, és mindkét vektor hossza 5 egység.

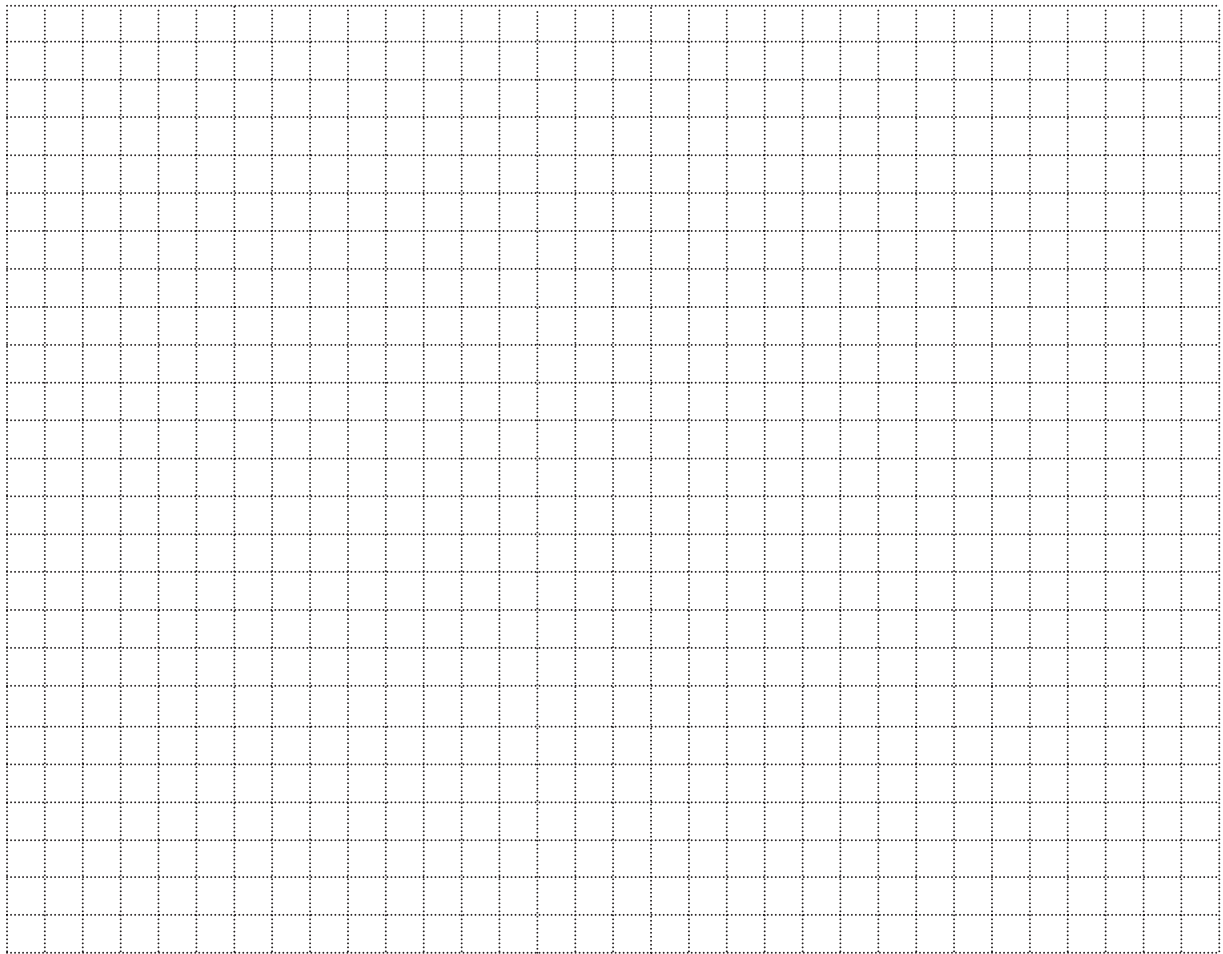
a) Számítsa ki az  $\vec{AB} + \vec{AC}$  vektor hosszát!

b) Számítsa ki az  $\vec{AB} - \vec{AC}$  vektor hosszát!

A  $PRST$  rombusz középpontja a  $K(4; -3)$  pont, egyik csúcspontja a  $T(7; 1)$  pont. Tudjuk, hogy az  $RT$  átló hossza fele a  $PS$  átló hosszának.

c) Adja meg a  $P$ , az  $R$  és az  $S$  csúcsok koordinátáit!

|            |         |  |
|------------|---------|--|
| a)         | 3 pont  |  |
| b)         | 4 pont  |  |
| c)         | 10 pont |  |
| <b>Ö.:</b> | 17 pont |  |



**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

**17.** Egy 2014 végén készült előrejelzés szerint az Indiában élő tigrisek  $t$  száma az elkövetkező években (az egyes évek végén) megközelítőleg a következő összefüggés szerint alakul:  $t(x) = 3600 \cdot 0,854^x$ , ahol  $x$  a 2014 óta eltelt évek számát jelöli.

**a)** Számítsa ki, hogy az előrejelzés alapján 2016 végére hány százalékkal csökken a tigrisek száma a 2014-es év végi adathoz képest!

**b)** Melyik évben várható, hogy a tigrisek száma 900 alá csökken?

Egy állatkert a tigrisek fennmaradása érdekében tenyésztő programba kezd. Beszereznek 4 hím és 5 nőstény kölyöktigrist, melyeket egy kisebb és egy nagyobb kifutóban kívánnak elhelyezni a következő szabályok mindegyikének betartásával:

- (I) háromnál kevesebb tigris egyik kifutóban sem lehet;
- (II) a nagyobb kifutóba több tigris kerül, mint a kisebbikbe;
- (III) mindkét kifutóban hím és nőstény tigrist is el kell helyezni;
- (IV) egyik kifutóban sem lehet több hím, mint nőstény tigris.

**c)** Hányféleképpen helyezhetik el a 9 tigrist a két kifutóban?

(A tigriseket megkülönböztetjük egymástól, és két elhelyezést eltérőnek tekintünk, ha van olyan tigris, amelyik az egyik elhelyezésben más kifutóban van, mint a másik elhelyezésben.)

|            |         |  |
|------------|---------|--|
| <b>a)</b>  | 4 pont  |  |
| <b>b)</b>  | 5 pont  |  |
| <b>c)</b>  | 8 pont  |  |
| <b>Ö.:</b> | 17 pont |  |



**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 18.** Egy műanyag termékeket gyártó üzemben szabályos hatoldalú csonkagúla alakú, felül nyitott virágtartó dobozokat készítenek egy kertészet számára (lásd az ábrát).

A csonkagúla alaplapja 13 cm oldalú szabályos hatszög, fedőlapja 7 cm oldalú szabályos hatszög, az oldalélei 8 cm hosszúak.

- a)** Egy műanyagöntő gép 1 kg alapanyagból (a virágtartó doboz falának megfelelő anyagvastagság mellett)  $0,93 \text{ m}^2$  felületet képes készíteni. Számítsa ki, hány virágtartó doboz készíthető 1 kg alapanyagból!



A kertészetben a sok virághagymának csak egy része hajt ki: 0,91 annak a valószínűsége, hogy egy elültetett virághagyma kihajt.

- b)** Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy 10 darab elültetett virághagyma közül legalább 8 kihajt!  
Válaszát három tizedesjegyre kerekítve adja meg!

|            |         |  |
|------------|---------|--|
| <b>a)</b>  | 11 pont |  |
| <b>b)</b>  | 6 pont  |  |
| <b>Ö.:</b> | 17 pont |  |



|                 | a feladat sorszáma       | maximális pontszám | elért pontszám | összesen |
|-----------------|--------------------------|--------------------|----------------|----------|
| II. A rész      | 13.                      | 13                 |                |          |
|                 | 14.                      | 12                 |                |          |
|                 | 15.                      | 11                 |                |          |
| II. B rész      |                          | 17                 |                |          |
|                 |                          | 17                 |                |          |
|                 | ← nem választott feladat |                    |                |          |
| <b>ÖSSZESEN</b> |                          | <b>70</b>          |                |          |

|   | maximális pontszám | elért pontszám |
|---|--------------------|----------------|
| I. rész                                 | 30                 |                |
| II. rész                                | 70                 |                |
| <b>Az írásbeli vizsgarész pontszáma</b> | <b>100</b>         |                |

\_\_\_\_\_ dátum

\_\_\_\_\_ javító tanár

|          | elért pontszám<br><b>egész számra</b><br>kerekítve | programba beírt <b>egész</b> pontszám |
|----------|--|---------------------------------------|
| I. rész  |  |                                       |
| II. rész |  |                                       |

\_\_\_\_\_ javító tanár

\_\_\_\_\_ jegyző

\_\_\_\_\_ dátum

\_\_\_\_\_ dátum