

**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2015. május 5.**

**MATEMATIKA**  
**KÖZÉPSZINTŰ**  
**ÍRÁSBELI VIZSGA**

**2015. május 5. 8:00**

**I.**

Időtartam: 45 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

**EMBERI ERŐFORRÁSOK**  
**MINISZTERIUMA**

## Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A megoldások sorrendje tetszőleges.
3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja**, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!
5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
6. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

1. Adott az  $A$ , a  $B$  és a  $C$  halmaz az elemeivel:

$$A = \{1; 2; 3; 4; 5\},$$

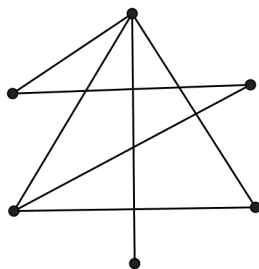
$$B = \{3; 4; 5; 6; 7\},$$

$$C = \{6; 7; 8; 9; 10\}.$$

Adja meg az  $A \cap B$ ,  $B \cup C$  és  $A \setminus B$  halmazokat elemeik felsorolásával!

$A \cap B =$	1 pont	
$B \cup C =$	1 pont	
$A \setminus B =$	1 pont	

2. Adja meg az alábbi hatpontú gráfban a pontok fokszámának összegét!



A fokszámok összege:	2 pont	
----------------------	--------	--

3. Adja meg a következő állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!

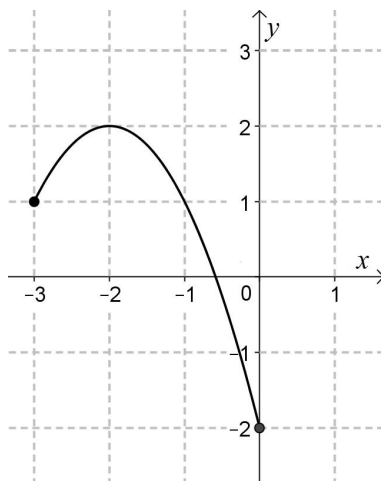
A)  $16^{\frac{3}{4}} = 8$

B) A kettes számrendszerben felírt 11100 szám tízes számrendszerbeli alakja 56.

C) A derékszögű háromszög magasságpontja egybeesik a háromszög egyik csúcsával.

A)	2 pont	
B)		
C)		

4. Az ábrán a  $[-3; 0]$  intervallumon értelmezett  $x \mapsto -(x+2)^2 + 2$  függvény grafikonja látható. Adja meg a függvény értékkészletét!



Az értékkészlet:	2 pont	
------------------	--------	--

5. Végezze el a következő műveleteket és a lehetséges összevonásokat!  
 A számítás menetét részletezze!

$$(a + 9)(a - 1) + (a - 4)^2$$

	2 pont	
Az összevont alak:	1 pont	

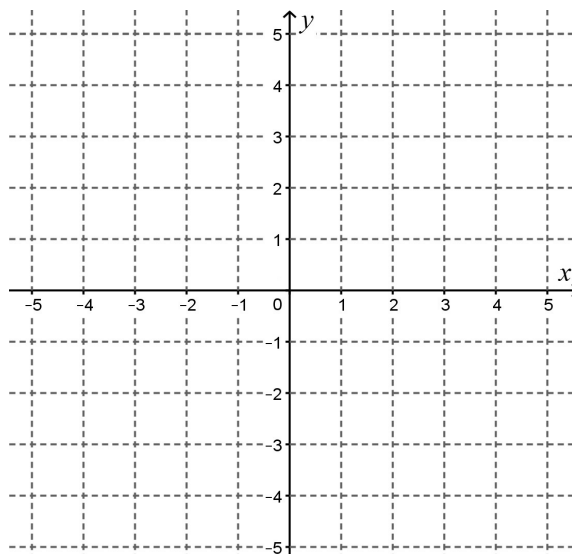
6. Egy mértani sorozat első tagja 2, második tagja –6.  
 a) Határozza meg a sorozat hányadosát!  
 b) Adja meg a sorozat negyedik tagját!

A sorozat hányadosa:	1 pont	
A sorozat negyedik tagja:	1 pont	

7. Egy családban három gyerek van. A gyerekek kétévente születtek, életkoruk összege 45 év. Hány éves a legidősebb gyerek?

A legidősebb gyerek	éves.	2 pont	
---------------------	-------	--------	--

8. Ábrázolja a  $[-2; 3]$  intervallumon értelmezett  $x \mapsto |x + 1| - 2$  függvényt!



3 pont	
--------	--

9. Egy forgáskúp alkotója 41 cm, alapkörének sugara 9 cm hosszú.  
Hány centiméter a kúp magassága? Válaszát indokolja!

		2 pont	
A kúp magassága	cm.	1 pont	

10. Adjon meg öt pozitív egész számot, melyek mediánja 4, átlaga 3.

Az öt szám:	3 pont	
-------------	--------	--

11. Mekkora az  $x^2 + y^2 - 6y + 5 = 0$  egyenletű kör sugara? Számítását részletezze!

	2 pont	
A kör sugara:	1 pont	

12. Szabályos pénzérmével háromszor dobunk egymás után.  
Adja meg a FEJ-ÍRÁS-FEJ dobássorozat valószínűségét!

A valószínűség:	2 pont	
-----------------	--------	--

		maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	1. feladat	3	
	2. feladat	2	
	3. feladat	2	
	4. feladat	2	
	5. feladat	3	
	6. feladat	2	
	7. feladat	2	
	8. feladat	3	
	9. feladat	3	
	10. feladat	3	
	11. feladat	3	
	12. feladat	2	
<b>ÖSSZESEN</b>		<b>30</b>	

\_\_\_\_\_ dátum

\_\_\_\_\_ javító tanár

	elért pontszám <b>egész számra kerekítve</b>	programba beírt <b>egész</b> pontszám
I. rész		

\_\_\_\_\_ javító tanár

\_\_\_\_\_ jegyző

\_\_\_\_\_ dátum

\_\_\_\_\_ dátum

**Megjegyzések:**

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!



**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2015. május 5.**

**MATEMATIKA**  
**KÖZÉPSZINTŰ**  
**ÍRÁSBELI VIZSGA**

**2015. május 5. 8:00**

**II.**

Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

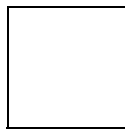
**EMBERI ERŐFORRÁSOK**  
**MINISZTERIUMA**



---

## Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részsámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
9. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
10. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
11. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

**A**

**13.** Az  $e$  egyenes egyenlete:  $3x + 7y = 21$ .

a) A  $P(-7; p)$  pont illeszkedik az  $e$  egyenesre. Adja meg  $p$  értékét!

Az  $f$  egyenes illeszkedik a  $Q(1; -2)$  pontra, és merőleges az  $e$  egyenesre.

b) Írja fel az  $f$  egyenes egyenletét!

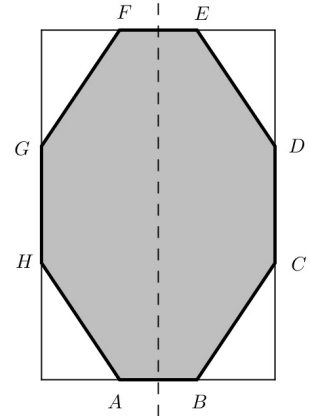
A  $g$  egyenes egyenlete:  $y = -\frac{3}{7}x + 5$ .

c) Igazolja, hogy az  $e$  és  $g$  egyenesek párhuzamosak egymással!

a)	2 pont	
b)	4 pont	
c)	4 pont	
<b>Ö.:</b>	10 pont	



- 14.** Egy téglalap alakú papírlap oldalai 12 és 18 cm hosszúak. A szomszédos oldalak harmadolópontjait összekötve a lap négy sarkát egy-egy egyenes szakasszal levágjuk. Így az  $ABCDEFGH$  nyolcszöglapot kapjuk.



- a) Számítsa ki a nyolcszög  $B$  csúcsánál fekvő belső szög nagyságát!

A papírlapon a nyolcszög oldalait piros színnel rajzoljuk át, és mind a 20 átlóját kék színnel húzzuk be.

- b) Számítsa ki annak valószínűségét, hogy az így kiszínezett 28 szakaszból hármat véletlenszerűen kiválasztva 1 piros és 2 kék lesz a kiválasztott szakaszok között!

A nyolcszöget megforgatjuk az ábrán berajzolt (az eredeti téglalap hosszabb oldalával párhuzamos) szimmetriatengelye körül.

- c) Számítsa ki az így keletkező forgástest térfogatát!

a)	3 pont	
b)	4 pont	
c)	7 pont	
<b>Ö.:</b>	14 pont	



**15. a)** Számítsa ki az  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = 3 \cdot 2^{x-1}$  függvény  $x = 6$  helyen felvett értékét!

**b)** Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$3 \cdot 2^{x-1} = 0,375$$

**c)** Adott az a mértani sorozat, melynek  $n$ -edik tagja:  $a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$ .

Számítsa ki a sorozat első 10 tagjának összegét!

<b>a)</b>	2 pont	
<b>b)</b>	6 pont	
<b>c)</b>	4 pont	
<b>Ö.:</b>	12 pont	





**B**

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 16.** A népszámlálások során felméri a Magyarországon élő családok számát és jellemzőit. Mindegyik népszámlálásnál minden egyes családról feljegyzik, hogy mennyi a családban az eltartott gyermekek száma, majd az így kapott adatokat összesítik. Az 1990-es és a 2011-es adatok összesítésének eredményét az alábbi táblázat mutatja. (Például 2011-ben az összes család 5%-ában volt 3 az eltartott gyermekek száma.)

Az eltartott gyermekek száma	A családok megoszlása	
	1990	2011
0	48%	52%
1	26%	25%
2	21%	16%
3	4%	5%
4 vagy több	1%	2%

Azt tudjuk még, hogy a családok száma 1990-ben 2 896 ezer, 2011-ben 2 713 ezer volt.

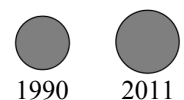
- a) Számítsa ki, hogy 1990-ről 2011-re hány százalékkal változott azoknak a családoknak a száma, amelyekben nem volt eltartott gyermek!
- b) Számítsa ki, hogy átlagosan hány eltartott gyermek jutott egy családra 2011-ben! (A 4 vagy több eltartott gyermeket nevelő családokban a gyermekek számát tekintse 4-nek.)

A népszámlálások során a háztartások számát is felmérték. A háztartások száma 1990-ről 2001-re 0,7%-kal csökkent, majd 2001-ről 2011-re 6,3%-kal nőtt, és így 2011-ben 4 106 ezer lett.

- c) Mennyi volt a háztartások száma ezerre kerekítve 1990-ben?

Az egyszemélyes háztartások száma 1990-ben 946 ezer volt, majd 2011-re ez a szám 1 317 ezerre nőtt. Szeretnénk ezeket az adatokat egy plakáton két olyan körlappal ábrázolni, amelyek területe az adatok nagyságával egyenesen arányos. Az 1990-es év adatát egy 4,5 cm sugarú körlappal jelenítjük meg.

Egyszemélyes háztartások száma



- d) Mekkora legyen a 2011-es adatot ábrázoló körlap sugara?

<b>a)</b>	5 pont	
<b>b)</b>	3 pont	
<b>c)</b>	5 pont	
<b>d)</b>	4 pont	
<b>Ö.:</b>	17 pont	

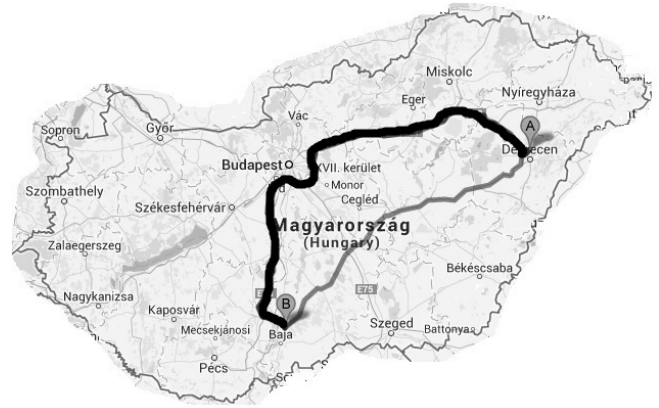


**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

17. István a családjával nyári utazásra készül. Debrecenből Bajára szeretnének eljutni autóval. Az útvonaltervező honlap két útvonalat javasol. Az egyik nagyrészt autópályán halad, de 140 kilométerrel hosszabb, mint a másik, amelyik lakott területeken is átmegy.

A hosszabb útvonal esetében az útvonaltervező  $106 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  átlagsebességgel, a rövidebb

esetében pedig  $71 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  átlagsebességgel számol. Így a honlap az utazási időt mindkét esetben ugyanannyinak mutatja.



- a) Számítsa ki a rövidebb útvonal hosszát!

Istvánék egy korábbi alkalommal autóval utaztak Debrecenből Badacsonyra. Az út hossza 396 kilométer volt. Az autó átlagos benzinfogyasztása 6,5 liter 100 kilométerenként. Egy liter benzin ára 420 Ft.

- b) Hány forint volt a benzinköltség ezen az úton?  
Válaszát ezer forintra kerekítve adja meg!

Mikor megérkeztek, István kiszámolta, hogy ha a 396 kilométeres út során az átlagsebességük  $16 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ -val nagyobb lett volna, akkor egy órával rövidebb ideig tartott volna az út.

- c) Számítsa ki Istvánék autójának átlagsebességét ezen az úton!

a)	6 pont	
b)	3 pont	
c)	8 pont	
Ö.:	17 pont	



---

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 18.** Három végzős diáknak olyan mobiltelefonja van, amelyen be lehet állítani, hogy hány számjegyű legyen a telefon bekapcsolásához szükséges számkód.

Anna olyan kódot szeretne, amely ötjegyű, csak a 2-es és a 9-es számjegy szerepel benne, mindkettő legalább egyszer.

- a)** Hányféle kód közül választhat Anna?

Béla kódja egy olyan hattal osztható, csupa különböző számjegyből álló háromjegyű szám, melynek minden számjegye prímszám, és amelynek számjegyei (balról jobbra haladva) csökkenő sorrendben követik egymást.

- b)** Adja meg Béla kódját!

Gabi elfelejtette a saját kódját. Arra emlékszik, hogy hatjegyű volt, két 3-as, két 4-es, egy 5-ös és egy 6-os számjegy szerepelt benne. Gabi az ilyen kódok közül véletlenszerűen kiválaszt egyet.

- c)** Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy éppen a helyes kódot választja ki!

<b>a)</b>	5 pont	
<b>b)</b>	6 pont	
<b>c)</b>	6 pont	
<b>Ö.:</b>	17 pont	



	a feladat sorszáma	maximális pontszám	elért pontszám	összesen
II. A rész	13.	10		
	14.	14		
	15.	12		
II. B rész		17		
		17		
			← nem választott feladat	
<b>ÖSSZESEN</b>		<b>70</b>		

	maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	30	
II. rész	70	
<b>Az írásbeli vizsgarész pontszáma</b>	<b>100</b>	

\_\_\_\_\_ dátum

\_\_\_\_\_ javító tanár

	elért pontszám <b>egész számra</b> kerekítve	programba beírt <b>egész</b> pontszám
I. rész		
II. rész		

\_\_\_\_\_ javító tanár

\_\_\_\_\_ jegyző

\_\_\_\_\_ dátum

\_\_\_\_\_ dátum