

**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2016. október 18.**

# **MATEMATIKA**

## **KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI ÉRETTSÉGI VIZSGA**

### **JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ**

**EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA**

---

---

## Fontos tudnivalók

### Formai előírások:

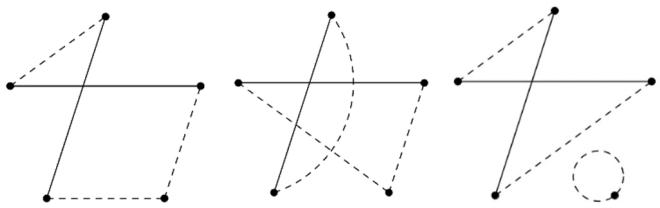
1. Kérjük, hogy a dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal, olvashatóan** javítsa ki.
2. A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerüljön.
3. **Kifogástalan megoldás** esetén kérjük, hogy a maximális pontszám feltüntetése mellett kipipálással jelezze, hogy az adott gondolati egységet látta, és jónak minősítette.
4. Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy **a hiba jelzése** mellett az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra. Ha a dolgozat javítását jobban követhetővé teszi, akkor a vizsgázó által elvesztett részpontszámok jelzése is elfogadható. Ne maradjon olyan részlet a megoldásban, amelyről a javítás után nem nyilvánvaló, hogy helyes, hibás vagy fölösleges.
5. A javítás során **alkalmazza az alábbi jelöléseket**.
  - helyes lépés: *kipipálás*
  - elvi hiba: *kétszeres aláhúzás*
  - számolási hiba vagy más, nem elvi hiba: *egyszeres aláhúzás*
  - rossz kiinduló adattal végzett helyes lépés: *szaggatott vagy áthúzott kipipálás*
  - hiányos indoklás, hiányos felsorolás vagy más hiány: *hiányjel*
  - nem érthető rész: *kérdőjel* és/vagy *hullámvonal*
6. Az ábrán kívül **ceruzával** írt részeket ne értékelje.

### Tartalmi kérések:

1. Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
2. A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók, hacsak az útmutató másképp nem rendelkezik**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
3. Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, és a megoldandó probléma lényegében nem változik meg, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
4. **Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel – mint kiinduló adattal – helyesen számol tovább a következő gondolati egységekben vagy részkérdésekben, akkor ezekre a részekre kapja meg a maximális pontot, ha a megoldandó probléma lényegében nem változott meg.
5. Ha a megoldási útmutatóban zárójelben szerepel egy **megjegyzés** vagy **mértékegység**, akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.

- 
6. Egy feladatra adott többféle megoldási próbálkozás közül **a vizsgázó által megjelölt változat értékelhető**. A javítás során egyértelműen jelezze, hogy melyik változatot értékelte, és melyiket nem.
  7. A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrészeire előírt maximális pontszámot meghaladó pont) **nem adható**.
  8. Egy feladatra vagy részfeladatra adott összpontszám **nem lehet negatív**.
  9. Az olyan részszámításokért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
  10. Az **ábrák** bizonyító erejű felhasználása (például adatok leolvasása méréssel) nem elfogadható.
  11. **Valószínűségek** megadásánál (ha a feladat szövege másképp nem rendelkezik) a százalékban megadott helyes válasz is elfogadható.
  12. Ha egy feladat szövege nem ír elő kerekítési kötelezettséget, akkor az útmutatóban megadottól eltérő, **ésszerű és helyes kerekítésekkel** kapott rész- és végeredmény is elfogadható.
  13. **A vizsgafeladatsor II. B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető**. A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha a vizsgázó nem jelölte meg, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, és a választás ténye a dolgozatból sem derül ki egyértelműen, akkor a nem értékelendő feladat automatikusan a kitűzött sorrend szerinti utolsó feladat lesz.

I.

<b>1.</b>		
Néhány lehetséges megoldás (nem csak egyszerű gráf fogadható el megoldásként):		
	2 pont	<i>Nem bontható.</i>
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

<b>2.</b>		
3	2 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

<b>3.</b>		
$38 = 7 + 31$	2 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

*Megjegyzés: Ha a vizsgázó a 38-at egy prím és egy nemprím összegeként írja fel, akkor 0 pontot kapjon. A  $19 + 19$  válaszáért 1 pont jár.*

<b>4.</b>		
$(5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 =)$ 120 ilyen szám van.	2 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

*Megjegyzés: Ha a vizsgázó nem veszi figyelembe, hogy a szám különböző számjegyekből áll, és így a válasza  $(5^4 =)$  625, akkor 1 pontot kapjon. Ha a vizsgázó nem veszi figyelembe, hogy a szám páratlan számjegyekből áll, és így a válasza  $(9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 =)$  4536, akkor 1 pontot kapjon.*

<b>5.</b>		
A) hamis B) hamis C) igaz	2 pont	<i>Két jó válasz esetén 1, egy jó válasz esetén 0 pont jár.</i>
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

<b>6. első megoldás</b>		
(A kisebb henger alapkörének sugara $r$ , magassága $m$ , a nagyobb henger megfelelő adatai: $2r$ és $2m$ .) A kisebb henger térfogata $r^2\pi \cdot m$ ,	1 pont	
a nagyobb henger térfogata $(2r)^2\pi \cdot 2m =$	1 pont	
$= 8r^2\pi \cdot m$ .	1 pont	
Tehát a nagyobb mérőhenger térfogata 8-szorosa a kisebb mérőhenger térfogatának.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>4 pont</b>	

<b>6. második megoldás</b>		
A két henger hasonló, a hasonlóság aránya 1 : 2.	2 pont	
A térfogatuk aránya (a hasonlóság arányának köbe, tehát) 1 : 8.	1 pont	
Tehát a nagyobb mérőhenger térfogata 8-szorosa a kisebb mérőhenger térfogatának.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>4 pont</b>	

*Megjegyzés: Ha a vizsgázó konkrét adatokkal számol, és helyes választ ad, akkor 3 pontot kapjon. Ha a vizsgázó leírja, hogy a konkrét adatok választása nem megy az általánosság rovására, akkor teljes pontszámot kapjon.*

<b>7.</b>		
$[-1; 3]$	2 pont	<i>Más helyes jelölés is elfogadható.</i>
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

<b>8.</b>		
$\frac{\pi}{6}$	1 pont	
$\frac{5\pi}{6}$	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

*Megjegyzés: Ha a vizsgázó válasza  $30^\circ$  és  $150^\circ$ , akkor 1 pontot kapjon. Ha a vizsgázó valós számként adja meg az egyenlet megoldásait, de nem veszi figyelembe a megadott intervallumot, akkor legfeljebb 1 pontot kapjon.*

<b>9. első megoldás</b>		
A 8 km 40%-a 3,2 km.	1 pont	
A még hátralévő út hossza $8 - 3,2 - 1,2 = 3,6$ (km).	1 pont	
$\frac{3,6}{8} = 0,45$	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
A 8 km-nek a 45%-a van még hátra.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>4 pont</b>	

<b>9. második megoldás</b>		
1200 méter a 8000 méternek a 15%-a.	2 pont	
Eddig a teljes út $(15 + 40 =)$ 55%-át tették meg.	1 pont	
A 8 km-nek a 45%-a van még hátra.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>4 pont</b>	

<b>10.</b>		
$(\log_6(2 \cdot 3) =) 1$	2 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

<b>11.</b>		
Az $f$ függvény grafikonja:		
	1 pont	$0 =  x - 1  - 3$
	1 pont	$x - 1 = 3$ vagy $x - 1 = -3$
A zérushelyek: 4	1 pont	
és -2.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>4 pont</b>	

<b>12.</b>		
D	2 pont	<i>Nem bontható.</i>
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

## II. A

<b>13. a) első megoldás</b>		
$2 = (x-2)(x-3)$	1 pont	
$2 = x^2 - 2x - 3x + 6$	1 pont	
$x^2 - 5x + 4 = 0$	1 pont	
A másodfokú egyenlet gyökei: $x_1 = 1, x_2 = 4$ .	2 pont	
Ellenőrzés behelyettesítéssel vagy az értelmezési tartomány ( $x \neq 2$ ) feltüntetése mellett ekvivalens átalakításokra való hivatkozással.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>6 pont</b>	

<b>13. a) második megoldás</b>		
Az $x \mapsto \frac{2}{x-2}$ ( $x \neq 2$ ) függvény helyes ábrázolása.	2 pont	
Az $x \mapsto x-3$ függvény helyes ábrázolása ugyanabban a koordináta-rendszerben.	1 pont	
A metszéspontok első koordinátái: $x_1 = 1, x_2 = 4$ .	2 pont	
A kapott értékek ellenőrzése behelyettesítéssel.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>6 pont</b>	

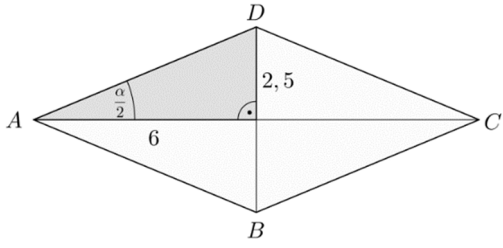
<b>13. b)</b>		
$9 \cdot 9^x - 7 \cdot 9^x = 54$	1 pont	
$2 \cdot 9^x = 54$	1 pont	
$9^x = 27$	1 pont	
$3^{2x} = 3^3$	1 pont	$x = \log_9 27$
(Mivel a 3-as alapú exponenciális függvény kölcsönösen egyértelmű, ezért) $x = 1,5$ .	1 pont	
Ellenőrzés behelyettesítéssel vagy ekvivalens átalakításokra való hivatkozással.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>6 pont</b>	

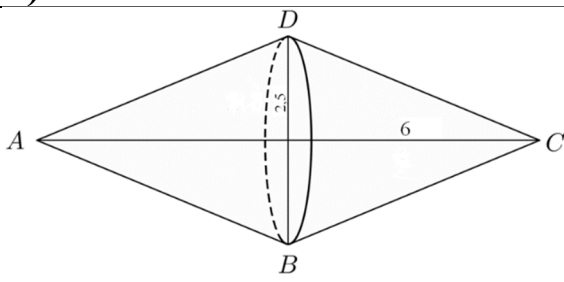
<b>14. a)</b>		
Az egymást követő hetek során lefutott, kilométerben mért távolságok egy számtani sorozat (egymást követő) tagjai. Az 1. tag a 15, a 11. tag a 60.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
A számtani sorozat $d$ differenciájára: $15 + 10d = 60$ .	1 pont	
Ebből $d = 4,5$ .	1 pont	
Andrea minden héten 4,5 kilométerrel fut többet, mint az azt megelőző héten.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>4 pont</b>	

<b>14. b)</b>		
$S_{11} = \frac{15 + 60}{2} \cdot 11 =$	2 pont	<i>Ez a 2 pont akkor is jár, ha a vizsgázó helyesen felírja az egyes heteken lefutott kilométerek számát.</i>
= 412,5 kilométert futott Andrea a 11 hét alatt összesen.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>	

<b>14. c)</b>		
Ha Gabi minden héten $p$ százalékkal növeli a lefutott táv hosszát, akkor azt minden héten ugyanannyi-szorosára ( $q = 1 + \frac{p}{100}$ -szorosára) növeli.	1 pont	<i>Ezek a pontok akkor is járnak, ha a vizsgázó megoldása kevésbé részletezett.</i>
Az egymást követő hetek során lefutott, kilométerben mért távolságok egy mértani sorozat (egymást követő) tagjai. Az 1. tag a 15, a 11. tag a 60.	1 pont	
A mértani sorozat $q$ hányadosára: $15 \cdot q^{10} = 60$ .	1 pont	
Ebből $q \approx 1,15$ (mert $q > 0$ ).	1 pont	
Gabi minden héten kb. 15%-kal fut többet, mint az azt megelőző héten.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>5 pont</b>	



<b>15. a)</b>		
 <p>(A rombusz átlói szögfelezők, és merőlegesen felezik egymást.)</p>	1 pont	
Az $A$ csúcsnál lévő belső szöget $\alpha$ -val jelölve $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{2,5}{6} (\approx 0,4167)$ ,	1 pont	
amiből $\frac{\alpha}{2} \approx 22,6^\circ$ .	1 pont	
Így a rombusz $A$ és $C$ csúcsánál lévő szögeinek nagysága kb. $45,2^\circ$ ,	1 pont	
a $B$ és $D$ csúcsnál lévő szögek nagysága pedig kb. $134,8^\circ$ .	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>5 pont</b>	

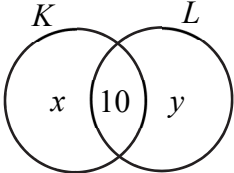
<b>15. b)</b>		
 <p>A keletkező forgástestet két, közös alapkörrel rendelkező, egybevágó forgáskúp alkotja.</p>	1 pont	<i>Ezek a pontok akkor is járnak, ha ezek a gondolatok csak a megoldásból derülnek ki.</i>
Egy kúp alapkörének sugara $2,5$ cm, magassága $6$ cm.	1 pont	
(A kúpok alkotójának hossza a rombusz egy oldalának hosszával egyenlő, amit $a$ -val jelölve a Pitagorasz-tétellel felírható:) $2,5^2 + 6^2 = a^2$ .	1 pont	
Ebből $a = 6,5$ (cm).	1 pont	
Egy kúp felszíne $2,5^2 \cdot \pi + 2,5 \cdot \pi \cdot 6,5 (= 22,5\pi \approx 70,7 \text{ cm}^2)$ .	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a vizsgázó a kúp felszínének kiszámítása nélkül jó választ ad.</i>
(A forgástest felszínét megkapjuk, ha a két kúp felszínéből az alapkörök területét levonjuk:) $A = 2 \cdot 22,5\pi - 2 \cdot 2,5^2 \cdot \pi =$	1 pont	$A = 2 \cdot 2,5 \cdot \pi \cdot 6,5$
$= 32,5\pi \approx 102,1 \text{ cm}^2$ .	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>7 pont</b>	

*Megjegyzés: Ha a vizsgázó a rombusz  $BD$  átlóegyenese körüli forgatással keletkező test felszínét számolja ki ( $2 \cdot 6 \cdot \pi \cdot 6,5 = 78\pi \approx 245 \text{ cm}^2$ ), akkor legfeljebb 5 pontot kaphat.*

## II. B

<b>16. a)</b>		
Összesen 15 érmet szerzett a magyar csapat, így egy éremnek $24^\circ$ -os körcikk felel meg az ábrán.	1 pont	
Az aranyérmek számát egy $192^\circ$ -os körcikk, az ezüstérmek számát egy $72^\circ$ -os körcikk, a bronzérmek számát pedig egy $96^\circ$ -os körcikk szemlélteti.	1 pont	
Egy lehetséges ábrázolás:		
	2 pont	<i>1 pont jár a megfelelő középponti szögű körcikk berajzolásáért, valamint 1 pont jár az egyértelmű jelmagyarázatért.</i>
<b>Összesen:</b>	<b>4 pont</b>	

<b>16. b) első megoldás</b>		
Jelölje $x$ azok számát, akik csak a női kajak négyesek olimpiai döntőjét nézték. Ekkor a labdarúgó Eb döntőjét $32 - x$ fő nézte,	1 pont	
a női kajak négyesek olimpiai döntőjét pedig $10 + x$ fő.	1 pont	
A feladat szövege alapján $2 \cdot (32 - x) = 10 + x$ ,	1 pont	
ahonnan $x = 18$ .	1 pont	
18 fő nézte csak a női kajak négyesek olimpiai döntőjét (és 4 fő nézte csak a labdarúgó Eb döntőjét).	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>5 pont</b>	

<b>16. b) második megoldás</b>		
Jelölje $x$ azok számát, akik csak a női kajak négyesek olimpiai döntőjét, $y$ pedig azok számát, akik csak a labdarúgó Eb döntőjét nézték. Ekkor egyrészt $x + 10 + y = 32$ ,	1 pont	
másrészt a feladat szövege alapján: $x + 10 = 2(y + 10)$ .	1 pont	
Az egyenletrendszer megoldása: $x = 18$ és $y = 4$ .	2 pont	
18 fő nézte csak a női kajak négyesek olimpiai döntőjét (és 4 fő nézte csak a labdarúgó Eb döntőjét).	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>5 pont</b>	

<b>16. b) harmadik megoldás</b>		
Ha a női kajak négyesek olimpiai döntőjét, illetve a labdarúgó Eb döntőjét követők számát összeadjuk, akkor a mindkét sportrendezvényt követőket kétszer vettük számításba,	1 pont	
ezért az összeg az osztálylétszámnál 10-zel több lesz: 42.	1 pont	
Ezt 2 : 1 arányban felosztva megkapjuk a kajak négyesek döntőjét, illetve az Eb-döntőt követő tanulók számát,	1 pont	
ami rendre 28, illetve 14.	1 pont	
Csak a női kajak négyesek olimpiai döntőjét tehát $28 - 10 = 18$ tanuló nézte.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>5 pont</b>	

<b>16. c)</b>		
Péternek pontosan öt találata (a magyarok helyezésén kívül) egyféleképpen lehet.	1 pont	
Pontosan négy találata nem lehet, mert akkor az ötödik tippje is helyes lenne.	1 pont	
Pontosan három találata akkor lehet, ha valamelyik három nemzet helyezését eltalálja, a maradék két nemzet helyezését pedig felcseréli.	1 pont	
Ez $\binom{5}{3} \cdot 1 =$	1 pont	
$= 10$ -féleképpen lehetséges.	1 pont	
A kedvező esetek száma így $1 + 10 = 11$ .	1 pont	
Az öt nemzetnek összesen $5!$ ( $= 120$ ) helyezési sorrendje van.	1 pont	
A kérdéses valószínűség $\frac{11}{120} \approx 0,092$ .	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>8 pont</b>	

<b>17. a)</b>		
Az $e$ egyenes egyik normálvektora az $\mathbf{n}(1; 2)$ .	1 pont	$y = -\frac{1}{2}x + 6,5$
Az egyenes meredeksége $-\frac{1}{2}$ .	1 pont	
Az egyenes egyenletébe $x = 0$ -t helyettesítve	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
$y = 6,5$ , tehát az egyenes az $y$ tengelyt a $(0; 6,5)$ pontban metszi.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>4 pont</b>	

<b>17. b)</b>		
A $k$ kör egyenlete átrendezve: $x^2 + (y+1)^2 = 45$ .	1 pont	
A kör középpontja a $(0; -1)$ pont, sugara $\sqrt{45} (\approx 6,71)$ (egység).	2 pont	
	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>4 pont</b>	

<b>17. c) első megoldás</b>		
Igazoljuk, hogy a $k$ kör és az $e$ egyenes egyenletéből álló egyenletrendszernek egy megoldása van.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
Az egyenes egyenlete átalakítva $x = 13 - 2y$ .	1 pont	$y = -\frac{1}{2}x + 6,5$
Ezt a kör egyenletébe helyettesítve: $(13 - 2y)^2 + (y + 1)^2 - 45 = 0$ .	1 pont	$x^2 + \left(-\frac{1}{2}x + 7,5\right)^2 - 45 = 0$
$169 - 52y + 4y^2 + y^2 + 2y + 1 - 45 = 0$	2 pont	$x^2 + \frac{1}{4}x^2 - 7,5x + 56,25 - 45 = 0$
$5y^2 - 50y + 125 = 0$	1 pont	$1,25x^2 - 7,5x + 11,25 = 0$
Ebből $y = 5$	1 pont	$x = 3$
és $x = 3$ .	1 pont	$y = 5$
Az egyenletrendszernek egy megoldása van, így az $e$ egyenesnek valóban egy közös pontja van a $k$ körrel.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>9 pont</b>	

<b>17. c) második megoldás</b>		
Igazoljuk, hogy az $e$ egyenes érinti a $k$ kört, vagyis a $k$ középpontjának és az $e$ -nek a távolsága a $k$ sugarával egyenlő.	2 pont	<i>Ez a 2 pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
A $k$ kör $O$ középpontján át az $e$ -re állított merőleges egyenes egyenlete: $2x - y = 1$ .	2 pont*	
A két egyenes metszéspontjának koordinátáit az $\left. \begin{array}{l} x + 2y = 13 \\ 2x - y = 1 \end{array} \right\} \text{ egyenletrendszer megoldásával kapjuk.}$	1 pont*	
Az egyenletrendszer megoldása: $x = 3$ és $y = 5$ , tehát a két egyenes metszéspontja az $M(3; 5)$ pont.	2 pont*	
Az $OM$ szakasz hossza (azaz a $k$ kör középpontjának és az $e$ egyenesnek a távolsága) $\sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{45}$ .	1 pont	
Ez éppen a $k$ kör sugarával egyenlő, így az $e$ egyenes valóban érinti a kört.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>9 pont</b>	

*Megjegyzés: A \*-gal jelölt 5 pont jár, ha a vizsgázó a  $k$  kör középpontjának és az  $e$  egyenesnek a távolságát a megfelelő képlet helyes alkalmazásával számítja ki.*

<b>18. a)</b>		
Az adatok átlaga $\frac{35 + 40 + 51 + 55 + 62 + 67 + 72 + 84 + 92}{9} =$	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a vizsgázó számológéppel helyesen számol.</i>
= 62 pont.	1 pont	
Az adatok szórása $\sqrt{\frac{27^2 + 22^2 + 11^2 + 7^2 + 0 + 5^2 + 10^2 + 22^2 + 30^2}{9}} \approx$	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a vizsgázó számológéppel helyesen számol.</i>
$\approx 17,9$ pont.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>4 pont</b>	

<b>18. b) első megoldás</b>		
Kilenc dolgozat közül hármat $\binom{9}{3} = 84$ -féleképpen lehet kiválasztani (összes eset száma).	2 pont	
Öt olyan dolgozat van, aminek a pontszáma legalább 60.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>

Vagy ebből az ötből választ hármat $\binom{5}{3}$ (= 10)-féle- képpen,	1 pont	
vagy ebből az ötből választ kettőt és a másik négyből egyed, amit $\binom{5}{2} \cdot \binom{4}{1}$ (= 40)-féleképpen tehet meg.	2 pont	
A kedvező esetek száma: $(10 + 40 =) 50$ .	1 pont	
A kérdéses valószínűség $\frac{50}{84} \approx 0,595$ .	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>8 pont</b>	

**18. b) második megoldás**

(Vizsgáljuk a komplementer eseményt, amikor 0 vagy 1 dolgozat pontszáma lesz legalább 60 pon- tos.) Öt dolgozat pontszáma legalább 60 pont, négy dolgozaté pedig kevesebb 60 pontnál.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a meg- oldásból derül ki.</i>
A négy dolgozatból hármat választani $\binom{4}{3}$ (= 4)-féleképpen,	1 pont	
a négyből kettőt és a másik ötből egyet választani $\binom{4}{2} \cdot \binom{5}{1}$ (= 30)-féleképpen lehet.	2 pont	
A kedvező esetek száma: $(4 + 30 =) 34$ .	1 pont	
Kilenc dolgozat közül hármat $\binom{9}{3} = 84$ -féleképpen lehet kiválasztani (összes eset száma).	2 pont	
A kérdéses valószínűség $1 - \frac{34}{84} \approx 0,595$ .	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>8 pont</b>	

**18. c)**

Az egyik dolgozat 64 pontos (mert az adatok száma páratlan).	1 pont	
Az először kijavított kilenc dolgozat pontszámának összege 558,	1 pont	
ehhez jön még 64 pont: 622 pont.	1 pont	
A 11 dolgozat pontszámának összege $11 \cdot 65 = 715$ .	1 pont	
A 11. dolgozat pontszáma tehát $(715 - 622 =) 93$ (ami megfelel, mert $93 \geq 64$ , így a medián valóban 64).	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>5 pont</b>	