Azonosító jel: | | | | | | | | | | | | | | |

ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2016. május 3.

MATEMATIKA SPANYOL NYELVEN

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2016. május 3. 8:00

Az írásbeli vizsga időtartama: 240 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

Información importante

1. Para la resolución de los ejercicios dispone de 240 minutos, acabado este tiempo debe finalizar el trabajo.
2. El orden para resolver los ejercicios es opcional.
3. En la parte II solo tiene que resolver cuatro de los cinco ejercicios propuestos. **Tiene que escribir el número del ejercicio que no resuelva en este cuadrado.**
   Si para el profesor que corrige *no queda absolutamente claro* cuál es el ejercicio que el alumno no desea que se le corrija, entonces no recibirá puntos para el ejercicio 9.
4. Para la resolución de los problemas se puede usar una calculadora que no tenga memoria de datos y cualquier libro con tablas y fórmulas. No se puede usar ayuda electrónica ni impresa.
5. **Por favor, especifique los pasos que ha seguido en el desarrollo del ejercicio hasta llegar a la solución porque la mayoría de los puntos que puede obtener se dan por las explicaciones.**
6. **Preste atención a que todos los pasos en el proceso de la resolución puedan seguirse de manera clara.**
7. Al resolver los ejercicios, si necesita hacer referencia a alguno de los teoremas conocidos, (por ejemplo, el teorema de Pitágoras o el teorema de la altura), no tiene que especificar su enunciado ni la demostración; es suficiente nombrarlos y aplicarlos explicando por qué puede hacerlo. Por otra parte, si necesita utilizar otros teoremas que no tienen nombre concreto, deberá comentar explícitamente su enunciado (sin demostración) y justificar su aplicación en el problema.
8. Tiene que explicar el resultado (la respuesta del problema) también con alguna o algunas frases.
9. Escriba con bolígrafo. Se pueden hacer los dibujos a lápiz. Todo lo que esté escrito a lápiz aparte del dibujo no se calificará. Si tacha cualquier respuesta o una parte de ella, esa parte no se tendrá en cuenta.
10. Solo se puede puntuar una solución por ejercicio. En caso de que haya varios procedimientos para la resolución, debe **indicar, con absoluta claridad**, cuál es el válido.
11. Por favor, **no escriba nada en los recuadros de puntuación de color gris**.

I.

1. Resuelva en el conjunto de los números reales las ecuaciones siguientes:

a) $\frac{2x+11}{3}=\sqrt{x^2+6x+9}$

b) $\log_2(x+1)+\log_2(x-3)-\log_2(x+9)=1$

a)	6 puntos	
b)	7 puntos	
Total	13 puntos	

2. En la clase hay 28 alumnos. Cada persona tiene notas de física y matemáticas. 23 alumnos no recibieron sobresaliente de física y 21 alumnos no recibieron sobresaliente de matemáticas, pero 10 personas recibieron sobresaliente de al menos una de las dos asignaturas.

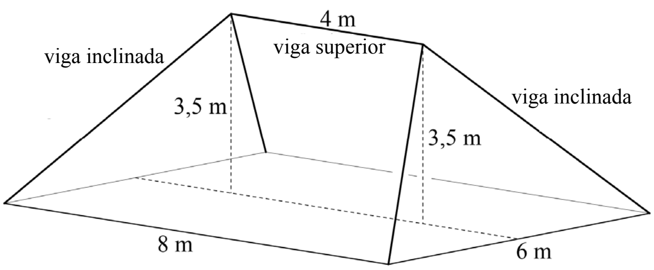
a) ¿Cuántos alumnos tienen sobresaliente de ambas asignaturas?

Dados los conjuntos A y B, sabemos que el número de elementos de los siguientes conjuntos $A \setminus B$, $A \cap B$, A y B en este orden forman los primeros cuatro términos de una progresión aritmética. La suma del número de elementos de A y de B es igual a 28.

b) Determine el primer término y la diferencia de la progresión aritmética.

a)	4 puntos	
b)	7 puntos	
Total	11 puntos	

3. Encima de un edificio, cuya base tiene forma rectangular de dimensiones 6 m y 8 m, se construye un techo en forma de "tienda de campaña". La viga superior de 4 m de largo, se sitúa encima de la base media más larga del rectángulo, a una distancia de 3,5 m. La viga superior está sostenida por cuatro vigas inclinadas iguales, que parten de los vértices de la base rectangular.



a) Calcula las longitudes de las vigas inclinadas y los ángulos que forman con el plano horizontal.

En la parte sur del tejado, aquella con forma de trapecio, se coloca una célula solar de forma rectángular. Uno de los lados del rectángulo se ajusta a la arista inferior del techo y el lado opuesto está sobre la base media del trapecio. La célula solar no sobresale del tejado por ninguna parte.

b) ¿Cuál es el área máxima de la célula solar que se puede colocar en dicho modo? (Dé la respuesta en m^2 redondeada con un decimal).

a)	7 puntos	
b)	6 puntos	
Total:	13 puntos	

4. Los dirigentes de un equipo de balonmano de una ciudad quieren aumentar los ingresos obtenidos por las entradas a los partidos de un campeonato. Los datos de los años anteriores indican que si el precio de una entrada es de 1500 Ft generalmente la compran 1000 personas. De los datos también se deduce que por cada disminución de 5 Ft en el precio de la entrada, el número de espectadores aumenta en 10 personas y por cada aumento de 5 Ft en el precio de la entrada, el número de espectadores disminuye en 10 personas (El precio de las entradas expresado en Ft solamente puede terminar en 0 o 5).

a) Demostrar que si ahora una entrada cuesta 1500 Ft, entonces según el modelo anterior, en caso de un aumento cualquiera de los precios el ingreso total disminuye.

b) Según el modelo, ¿cuál sería el máximo ingreso posible en un partido y cuánto costaría la entrada en ese caso?

a)	6 puntos	
b)	8 puntos	
Total	14 puntos	

II.

De los ejercicios del 5 al 9 debe resolver cuatro. El número correspondiente al ejercicio que no desea resolver debe escribirlo en el recuadro vacío que aparece en la página 3.

5. En una empresa hay dos cadenas de máquinas donde se producen camisas iguales. En la primera cadena se produjeron 4000 camisas y de éstas un 2 % tenían un defecto material; y de las 5000 camisas producidas en la segunda cadena había un 3,4% defectuosas. Las camisas preparadas fueron enviadas al mismo almacén, donde se mezclaron. De las 9000 camisas elegimos una al azar y resulta que tiene un defecto material.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que esta camisa fuera producida en la segunda cadena de máquinas?

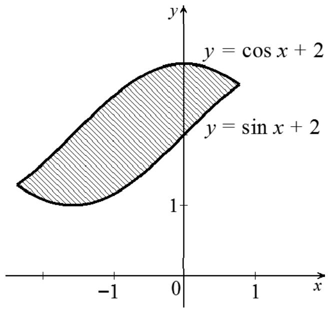
En el “Pequeño Almacén” decidieron dar como rebaja 500 Ft en el precio de cada camisa defectuosa. Pero más tarde, volvieron a disminuir el precio ya rebajado un p %. Así, el precio de la camisa será superior en 50 Ft al precio que costaría si la primera vez hubieran realizado una rebaja del p % en el precio original y después hubieran rebajado la camisa nuevamente 500 Ft. Sin embargo, el precio de la camisa será 90 Ft más barato que el precio que costaría si se hubiera hecho dos veces una rebaja del p %, la primera sobre el precio original de la camisa y la segunda sobre el precio ya rebajado.

b) Determina el valor de p y el precio original de la camisa.

a)	5 puntos	
b)	11 puntos	
Total	16 puntos	

De los ejercicios del 5 al 9 debe resolver cuatro. El número correspondiente al ejercicio que no desea resolver debe escribirlo en el recuadro vacío que aparece en la página 3.

6. **a)** Calcula el área de la región del plano, tal y como se ve en el dibujo, formada por las gráficas de las funciones: y = sin(x) + 2 e y = cos(x) + 2 .



b) Justificar que si $a_n = \dfrac{11n-5}{3n-8}$, entonces la sucesión $\{a_n\}$ no es monótona pero sí es acotada. ($n \in \mathbf{N}^+$)

a)	8 puntos	
b)	8 puntos	
Total	16 puntos	

De los ejercicios del 5 al 9 debe resolver cuatro. El número correspondiente al ejercicio que no desea resolver debe escribirlo en el recuadro vacío que aparece en la página 3.

7. **a)** Determine cuántos números enteros positivos, menores de 1000, hay de tal forma que entre sus cifras no esté el 0, pero sí esté, al menos una vez, el 1.

Un conjunto de datos formado por números positivos enteros tiene como moda 32, su media es 22 y el mínimo de los datos es 10. La mediana m es un elemento del conjunto y su frecuencia es 1.
Si cambiáramos el elemento m por el número (m+10) entonces la media del nuevo conjuto sería 24. Si en el conjunto original cambiáramos el m por el (m - 5) entonces obtendríamos como mediana del conjunto el número (m – 4).

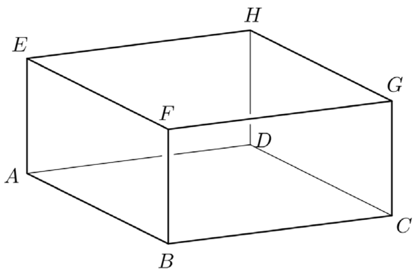
b) Justifique que la sucesión tiene cinco términos.

c) Determine los términos de la sucesión original.

a)	6 puntos	
b)	2 puntos	
c)	8 puntos	
Total	16 puntos	

De los ejercicios del 5 al 9 debe resolver cuatro. El número correspondiente al ejercicio que no desea resolver debe escribirlo en el recuadro vacío que aparece en la página 3.

8. El cuerpo *ABCDEFGH* es un ortoedro. Las aristas perpendiculares a la cara *ABCD* son *AE*, *BF*, *CG* y *DH*. Las longitudes de las aristas: $AB = 12$ cm, $AD = 16$ cm y $AE = 5$ cm.



a) Calcule el volumen del tetraedro *ACFH*.

b) Justifique que las caras laterales del tetraedro *ACFH* son triágulos congruentes.

c) Justifique que las caras laterales del tetraedro *ACFH* son triángulos acutángulos.

Las longitudes de las aristas del tetraedro *PQRS* son $QP = 10$ cm, $PS = 15$ cm y $SR = 40$ cm. Las otras tres aristas son 20 cm, 25 cm y 30 cm.

d) ¿Cuántos diferentes tetraedros se pueden construir cumpliendo las condiciones anteriores? (No consideramos como diferentes los tetraedros congruentes).

a)	4 puntos	
b)	3 puntos	
c)	5 puntos	
d)	4 puntos	
Total	16 puntos	

De los ejercicios del 5 al 9 debe resolver cuatro. El número correspondiente al ejercicio que no desea resolver debe escribirlo en el recuadro vacío que aparece en la página 3.

9. En un juego de mesa avanzamos en un tablero largo y recto con una pieza. Partimos de la casilla de Salida y podemos avanzar según el número obtenido al tirar un dado regular: 1, 2, 3, 4, 5 o 6. Si durante un juego en cualquier momento llegamos a la casilla 4, tenemos que volver a la casilla de Salida y tenemos que empezar otra vez el juego. En este juego siempre se avanza (solo se puede ir "en dirección inversa" al caer en la casilla 4).

Salida	1	2	3	**4**	5	6	7	…

a) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una vez lleguemos a la casilla 4?

András ya lanzó tres veces y antes de lanzar una cuarta vez está de nuevo en la casilla de Salida.

b) ¿Cuántas series diferentes de tres tiros ha podido realizar András? Justifique la respuesta.

a)	9 puntos	
b)	7 puntos	
Total	16 puntos	

<table>
<tr><th></th><th>número de ejercicio</th><th>puntuación máxima</th><th>puntuación obtenida</th><th>puntuación máxima</th><th>puntuación obtenida</th></tr>
<tr><td rowspan="4">I. parte</td><td>1.</td><td>13</td><td></td><td rowspan="4">51</td><td rowspan="4"></td></tr>
<tr><td>2.</td><td>11</td><td></td></tr>
<tr><td>3.</td><td>13</td><td></td></tr>
<tr><td>4.</td><td>14</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="5">II. parte</td><td></td><td>16</td><td></td><td rowspan="4">64</td><td rowspan="4"></td></tr>
<tr><td></td><td>16</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>16</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>16</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="4">← ejercicio no elegido</td></tr>
<tr><td colspan="4">Puntuación en el examen escrito</td><td>115</td><td></td></tr>
</table>

fecha

profesor que corrige

	elért pontszám **egész számra** kerekítve/ puntos conseguidos redondeados a un **número entero**	programba beírt **egész** pontszám/ puntos **enteros** según el programa
I. rész / parte		
II. rész / parte		

javító tanár/
profesor que corrige

jegyző/
secretario del examen

dátum/fecha

dátum/ fecha