

**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2016. május 3.**

**MATEMATIKA**  
**KÖZÉPSZINTŰ**  
**ÍRÁSBELI VIZSGA**

**2016. május 3. 8:00**

**I.**

Időtartam: 45 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

**EMBERI ERŐFORRÁSOK**  
**MINISZTERIUMA**

## Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A megoldások sorrendje tetszőleges.
3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja**, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!
5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
6. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

1. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:  $2x^2 - 5x = 0$ .

Az egyenlet megoldása(i):	2 pont	
---------------------------	--------	--

2. Döntse el, hogy igazak-e az alábbi állítások minden  $A$  és  $B$  halmaz esetén!

1. állítás: Ha  $c \in (A \cup B)$ , akkor  $c \in A$ .

2. állítás: Ha  $d \in (B \cap A)$ , akkor  $d \in B$ .

3. állítás: Ha  $e \in (A \setminus B)$ , akkor  $e \in A$ .

1. állítás:	1 pont	
2. állítás:	1 pont	
3. állítás:	1 pont	

3. Számítsa ki az  $x$  értékét, ha  $\log_5 x = \log_3 9$ .

$x =$	2 pont	
-------	--------	--

4. Hány olyan 3-mal osztható négyjegyű szám van, amely 5-re végződik és a számjegyei között a 3; 4; 6 számjegyek mindegyike előfordul? Válaszát indokolja!

	2 pont	
A feltételeknek megfelelő négyjegyű számok száma:	1 pont	

5. Az  $\mathbf{a}(2; 5)$  vektor merőleges a  $\mathbf{b}(5; b_2)$  vektorra. Adja meg  $b_2$  értékét!

$b_2 =$	2 pont	
---------	--------	--

6. Egy találkozóra öt üzletember érkezik, akik a többi résztvevő közül rendre 1, 2, 2, 2, 3 másikat ismernek (az ismeretségek kölcsönösek). Szemléltesse gráffal az ismeretségeket!

Az ismeretségeket szemléltető gráf:	2 pont	
-------------------------------------	--------	--

7. Írja fel a  $C(1; -1)$  középpontú,  $E(-2; 3)$  ponton átmenő kör egyenletét!  
Válaszát indokolja!

	2 pont	
A kör egyenlete:	1 pont	

8. Jelölje  $A$  azt az eseményt, hogy egy szabályos dobókockával egyszer dobva ötöst dobunk,  $B$  pedig azt, hogy két szabályos dobókockával egyszerre dobva a pontok összege 5 lesz.  
Határozza meg a két esemény valószínűségét!

$P(A) =$	1 pont	
$P(B) =$	2 pont	

9. Adott négy szám: 3; -2; -2; 0. Adjon meg egy ötödik számot úgy, hogy az öt szám mediánja 0 legyen!

Az ötödik szám:	2 pont	
-----------------	--------	--

10. Adja meg a valós számok halmazán értelmezett  $x \mapsto \cos x + 1$  függvény zérushelyeit a  $[-2\pi; 2\pi]$  intervallumban!

A függvény zérushelye(i):	2 pont	
---------------------------	--------	--

11. Két négyzet kerülete úgy aránylik egymáshoz, mint 1:4. A kisebb négyzet területe  $25 \text{ cm}^2$ . Adja meg a nagyobb négyzet területének értékét! Válaszát indokolja!

	2 pont	
A nagyobb négyzet területe: $\text{cm}^2$ .	1 pont	

- 12.** Egy 1000 fős felmérés során kiderült, hogy a megkérdezettek közül 470 embernek van életbiztosítása, 520 embernek van lakásbiztosítása, 240 embernek pedig sem életbiztosítása, sem lakásbiztosítása nincs.  
A megkérdezettek között hány olyan ember van, akinek életbiztosítása is és lakásbiztosítása is van? Válaszát indokolja!

	2 pont	
A mindkét biztosítással rendelkező emberek száma:	1 pont	

		maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	1. feladat	2	
	2. feladat	3	
	3. feladat	2	
	4. feladat	3	
	5. feladat	2	
	6. feladat	2	
	7. feladat	3	
	8. feladat	3	
	9. feladat	2	
	10. feladat	2	
	11. feladat	3	
	12. feladat	3	
<b>ÖSSZESEN</b>		<b>30</b>	

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

javító tanár

	elért pontszám <b>egész számra kerekítve</b>	programba beírt <b>egész</b> pontszám
I. rész		

\_\_\_\_\_

javító tanár

\_\_\_\_\_

jegyző

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

dátum

#### Megjegyzések:

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!



**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2016. május 3.**

**MATEMATIKA**  
**KÖZÉPSZINTŰ**  
**ÍRÁSBELI VIZSGA**

**2016. május 3. 8:00**

**II.**

Időtartam: 135 perc

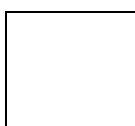
Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

**EMBERI ERŐFORRÁSOK**  
**MINISZTERIUMA**



## Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszerkesztések is nyomon követhetők legyenek!**
7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
9. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
10. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
11. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

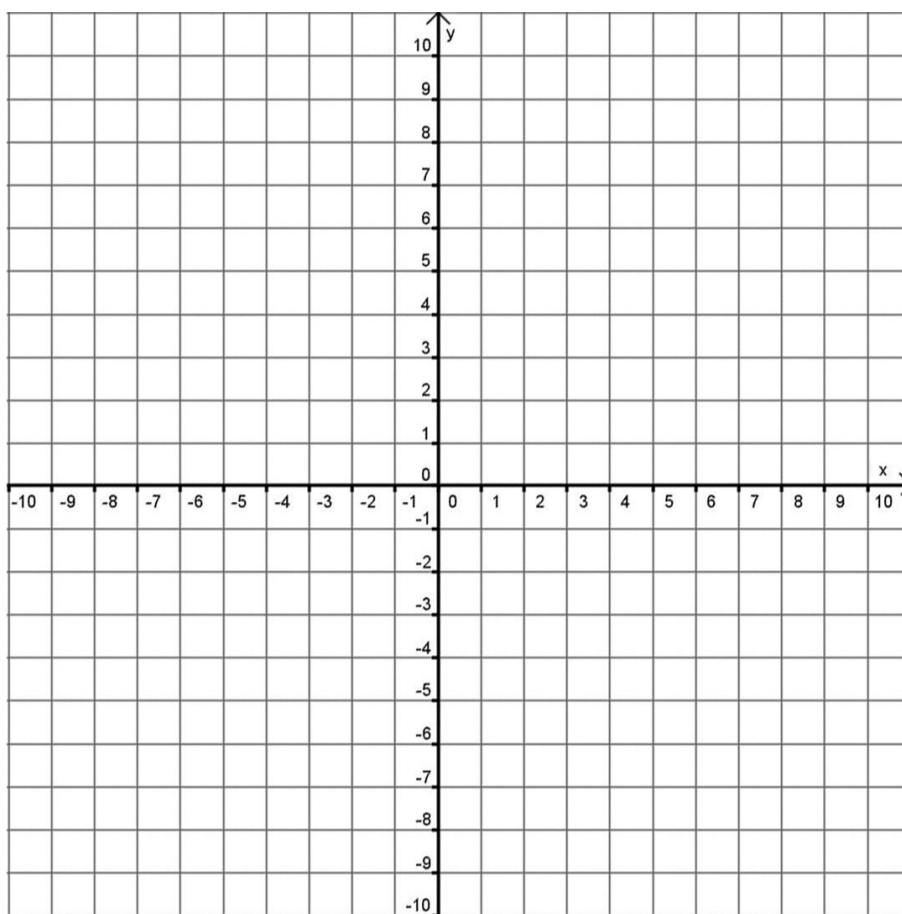
**A**

**13.** Legyen az  $f$  függvény értelmezési tartománya a  $[-4; 3]$  intervallum, és  $f(x) = 2 - |x|$  minden  $x \in [-4; 3]$  esetén.

- a) Számítsa ki az  $f$  függvény helyettesítési értékét a  $-2,85$  helyen!
- b) Ábrázolja az  $f$  függvényt és állapítsa meg az értékkészletét!
- c) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$5^{2-|x|} = \frac{1}{5}$$

<b>a)</b>	2 pont	
<b>b)</b>	5 pont	
<b>c)</b>	5 pont	
<b>Ö.:</b>	12 pont	



- 14.** Ismert, hogy négyféle vércsoport van: 0 (nullás), A, B és AB, továbbá azt is tudjuk, hogy egy adott vércsoporton belül kétféle lehet az Rh-faktor: pozitív vagy negatív. Egy vérellátó központ legutóbbi akciójában 400 véradó vett részt. Mindegyik véradótól egy egység vért vettek le. Az így összegyűjtött 400 egység vérről az alábbi táblázatot készítették:

	Vércsoport			
	0	A	B	AB
Rh-pozitív	100	148	51	26
Rh-negatív	25	31	13	6

- a) A táblázat alapján számítsa ki az egyes vércsoportok relatív gyakoriságát a 400 elemű mintában, és írja az eredmények két tizedesjegyre kerekített értékét az alábbi táblázat megfelelő mezőibe!

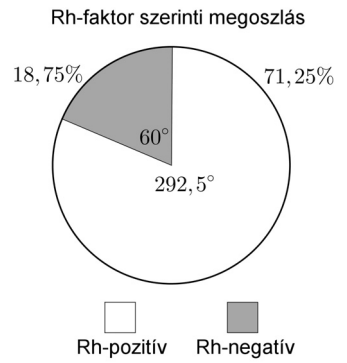
	Vércsoport			
	0	A	B	AB
Relatív gyakoriság				

- b) A nullás vércsoportú véradók közül kettőt véletlenszerűen kiválasztva mekkora annak a valószínűsége, hogy egyikük Rh-pozitív, a másikuk Rh-negatív lesz? Válaszát két tizedesjegyre kerekítve adja meg!

c) Egy alkalmazott a 400 véradóról kimutatást készített, és ezt az itt látható kördiagramon szemléltette. Mielőtt a diagramot nyilvánosságra hoznák, ellenőrizni kell a rajta szereplő adatokat.

Ellenőrizze a kördiagramon szereplő adatokat, és utána töltsse ki az alábbi táblázatot!

(A táblázat sötétített mezőit már ellenőriztük, azokba ne írjon!)



	Helyes-e a diagramon megadott érték? (igen-nem)	Ha a diagramon megadott érték nem helyes, akkor a helyes érték ennyi
Az Rh-positív vércsoportúak százalékos aránya		
Az Rh-negatív vércsoportúak százalékos aránya	igen	—
Az Rh-positív vércsoportúakat szemléltető körcikk középponti szöge		
Az Rh-negatív vércsoportúakat szemléltető körcikk középponti szöge		

a)	3 pont	
b)	4 pont	
c)	5 pont	
<b>Ö.:</b>	<b>12 pont</b>	

**15.** Egy 19 méter sugarú körben az  $AC$  húr  $40^\circ$ -os szöget zár be az  $AB$  átmérővel. Az  $AB$  és az  $AC$  szakaszok a körlapot három részre osztják.

- a) Számítsa ki mindhárom rész területét!  
Válaszait  $m^2$ -ben, egészre kerekítve adja meg!
- b) Számítsa ki a  $BC$  szakasz hosszát!  
Válaszát méterben, egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

<b>a)</b>	8 pont	
<b>b)</b>	4 pont	
<b>Ö.:</b>	12 pont	





**B**

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 16.** A dél-franciaországi Orange városában található az egyik legjobb állapotban fennmaradt antik színház. Félkör alakú nézőterének első sorában 60 ülőhely van, majd a második sortól kezdve minden sorban az előző sornál 6-tal több ülőhelyről tudják nézni az előadást.  
(A képen a nézőtér egy részlete látható.)



- a) Hány ülőhely van a 17. sorban?
- b) A színházról szóló prospektusból kiderül, hogy összesen 6786 ülőhely van a nézőtéren. Hány sor van a színház nézőterén?

Egy mértani sorozat első tagja 60, hányadosa 1,1.

- c) Az első tagtól kezdve legalább hány egymást követő tagot kell összeadnunk ebben a sorozatban ahhoz, hogy az összeg elérje a 6786-ot?

a)	3 pont	
b)	7 pont	
c)	7 pont	
<b>Ö.:</b>	17 pont	



**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

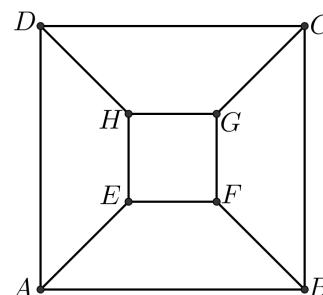
- 17.** Egy szabályos négyoldalú csonkagúla alapéleinek hossza 30 cm, fedőélei 18 cm, oldalélei 19 cm hosszúak.

a) Határozza meg a csonkagúla oldalélének az alaplappal bezárt szögét!

b) Számítsa ki a csonkagúla térfogatát!

Az ábrán a csonkagúla (nem méretarányos) felülnézeti rajza látható, mely tekinthető egy 8 pontú gráfnak.

c) Számítsa ki, hány él kell még a gráfba berajzolni ahhoz, hogy az így kapott gráf mindegyik csúcsát pontosan egy él kösse össze a gráf mindegyik más csúcsával!



a)	8 pont	
b)	4 pont	
c)	5 pont	
<b>Ö.:</b>	17 pont	



**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

**18.** A Központi Statisztikai Hivatal 2012-ben kiadta a 2011-es népszámlálás néhány előzetes adatát.

- a) Az alábbi táblázatban a nyugat-dunántúli régiót alkotó három megye népességének változása látható. Számítsa ki, hogy a teljes nyugat-dunántúli régióban hány százalékkal változott a népesség 2001 és 2011 között!  
Válaszában a változást tized százalékra kerekítve adja meg!

	Népesség 2011-ben (ezer fő)	Változás a 2001-es adathoz viszonyítva (%)
<b>Győr-Moson-Sopron megye</b>	449	2,4
<b>Vas megye</b>	258	-3,8
<b>Zala megye</b>	283	-4,7

- b) Egy másik táblázat a közép-magyarországi régiót alkotó Budapest és Pest megye népességéről készült. Számítsa ki az ezer férfira jutó nők számát a teljes közép-magyarországi régiót tekintve!

	Népesség 2011-ben (ezer fő)	Ezer férfira jutó nők száma 2011-ben
<b>Budapest főváros</b>	1737	1210
<b>Pest megye</b>	1223	1084

<b>a)</b>	8 pont	
<b>b)</b>	9 pont	
<b>Ö.:</b>	17 pont	



	a feladat sorszáma	maximális pontszám	elért pontszám	összesen
II. A rész	13.	12		
	14.	12		
	15.	12		
II. B rész		17		
		17		
			← nem választott feladat	
<b>ÖSSZESEN</b>		<b>70</b>		

	maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	30	
II. rész	70	
<b>Az írásbeli vizsgarész pontszáma</b>	<b>100</b>	

\_\_\_\_\_ dátum

\_\_\_\_\_ javító tanár

	elért pontszám egész számra kerekítve	programba beírt egész pontszám
I. rész		
II. rész		

\_\_\_\_\_ javító tanár

\_\_\_\_\_ jegyző

\_\_\_\_\_ dátum

\_\_\_\_\_ dátum