

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2017. május 9.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2017. május 9. 8:00

I.

Időtartam: 45 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A megoldások sorrendje tetszőleges.
3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja**, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!
5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
6. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

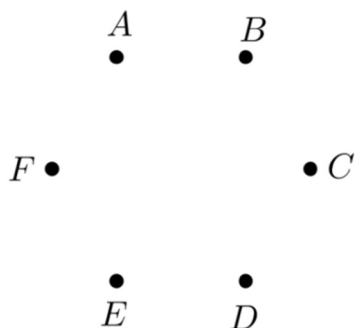
1. Egy 27 fős osztályban mindenki tesz érettségi vizsgát angolból vagy németből. 23 diák vizsgázik angolból, 12 diák pedig németből.
Hány olyan diák van az osztályban, aki angolból és németből is tesz érettségi vizsgát?

	2 pont	
--	--------	--

2. Egy mértani sorozat második tagja 6, harmadik tagja -18 .
Adja meg a sorozat ötödik tagját!

	2 pont	
--	--------	--

3. Egy hatfős asztaltársaság tagjai: Anna, Balázs, Cili, Dezső, Egon és Fruzsina. Mindegyikük pontosan három másik személyt ismer a társaságban. Cili ismeri Dezsőt és Egont, Anna pedig nem ismeri sem Balázst, sem Dezsőt.
Szemléltesse gráffal a társaság ismeretségi viszonyait! (Minden ismeretség kölcsönös.)



4 pont	
--------	--

4. Adja meg azt az x valós számot, amelyre $\log_2 x = -3$.

$x =$	2 pont	
-------	--------	--

5. Az alábbi hozzárendelési utasítások közül adja meg annak a betűjelét, amely a 0-hoz 4-et, a 2-höz pedig 0-t rendel!

A: $x \mapsto 2x + 4$ B: $x \mapsto 2x - 4$ C: $x \mapsto -2x + 4$ D: $x \mapsto -2x - 4$

	2 pont	
--	--------	--

6. Egy háromszög 3 cm és 5 cm hosszú oldalai 60° -os szöget zárnak be egymással. Hány centiméter hosszú a háromszög harmadik oldala? Megoldását részletezze!

	2 pont	
A harmadik oldal hossza: cm.	1 pont	

7. Egy dobozban lévő színes golyókról szól az alábbi állítás:

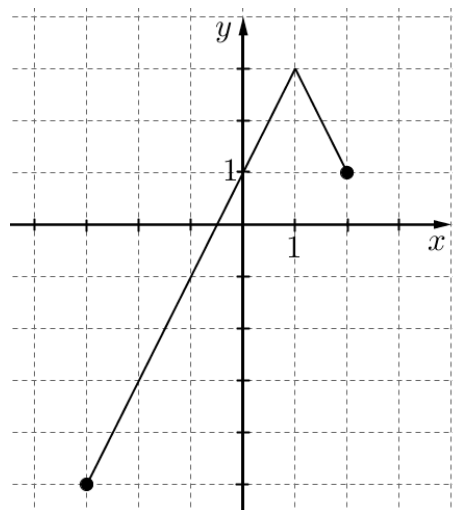
„A dobozban van olyan golyó, amelyik kék színű.”

Válassza ki az alábbiak közül az összes állítást, amely tagadása a fentinek!

- A: A dobozban van olyan golyó, amelyik nem kék színű.
 B: A dobozban minden golyó kék színű.
 C: A dobozban egyik golyó sem kék színű.
 D: A dobozban nincs olyan golyó, amelyik kék színű.

	2 pont	
--	--------	--

8. Az alábbi ábrán a $[-3; 2]$ intervallumon értelmezett $x \mapsto -2 \cdot |x-1| + 3$ függvény grafikonja látható.
 Adja meg a függvény értékkészletét!



	2 pont	
--	--------	--

9. A Bocitej Kft. 1 literes tejesdobozának alakja négyzet alapú egyenes hasáb. A dobozt színültig töltik tejjel.
Hány cm magas a doboz, ha az alapnégyzet oldala 7 cm? Megoldását részletezze!

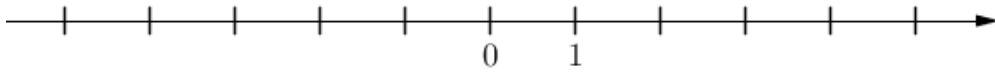
	2 pont	
A doboz magassága: cm.	1 pont	

10. Oldja meg az alábbi egyenletet a $[0; 2\pi]$ intervallumon!

$$\cos x = 0,5$$

	2 pont	
--	--------	--

11. Ábrázolja az alábbi számegyenesen az $|x| < 3$ egyenlőtlenség valós megoldásait!



2 pont	
--------	--

12. Egy kockával kétszer egymás után dobunk.
Adja meg annak a valószínűségét, hogy a két dobott szám összege 7 lesz! Válaszát indokolja!

	3 pont	
A keresett valószínűség:	1 pont	

		pontszám	
		maximális	elért
I. rész	1. feladat	2	
	2. feladat	2	
	3. feladat	4	
	4. feladat	2	
	5. feladat	2	
	6. feladat	3	
	7. feladat	2	
	8. feladat	2	
	9. feladat	3	
	10. feladat	2	
	11. feladat	2	
	12. feladat	4	
ÖSSZESEN		30	

_____ dátum

_____ javító tanár

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		

_____ dátum

_____ dátum

_____ javító tanár

_____ jegyző

Megjegyzések:

- Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
- Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2017. május 9.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2017. május 9. 8:00

II.

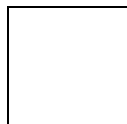
Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban feltehető táblázatok helyettesítése (\sin , \cos , tg , \log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek az átlag és a szórás kiszámítására abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, így azokért nem jár pont.**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

A

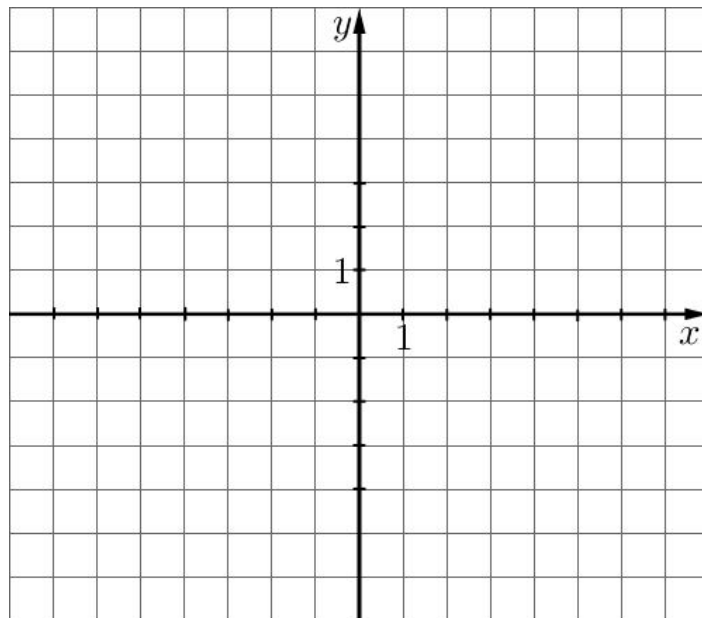
13. Adott a valós számok halmazán értelmezett f függvény:

$$f : x \mapsto (x-1)^2 - 4.$$

- a) Számítsa ki az f függvény $x = -5$ helyen felvett helyettesítési értékét!
- b) Ábrázolja az f függvényt, és adja meg szélsőértékének helyét és értékét!
- c) Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$(x-1)^2 - 4 = -x - 1.$$

a)	2 pont	
b)	5 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	12 pont	



14. Az ABC derékszögű háromszög egyik befogója 8 cm, átfogója 17 cm hosszú.

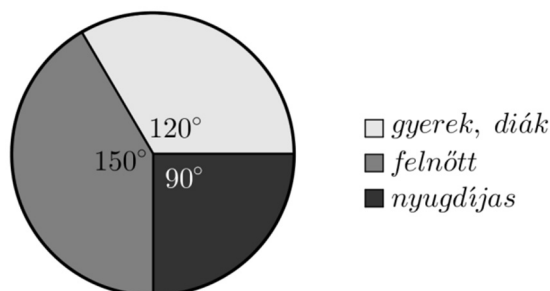
- a) Számítsa ki a háromszög 17 cm-es oldalához tartozó magasságának hosszát!
- b) Hány cm^2 a háromszög körülírt körének területe?

A DEF háromszög hasonló az ABC háromszöghöz, és az átfogója 13,6 cm hosszú.

- c) Hány százaléka a DEF háromszög területe az ABC háromszög területének?

a)	5 pont	
b)	3 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	12 pont	

15. Az alábbi kördiagramm egy balatoni strandon a júliusban megvásárolt belépőjegyek típusának eloszlását mutatja.



Júliusban összesen 16 416 fő vásárolt belépőjegyet. A belépőjegyek árát az alábbi táblázat tartalmazza.

<i>gyerek, diák</i>	350 Ft/fő
<i>felnőtt</i>	700 Ft/fő
<i>nyugdíjas</i>	400 Ft/fő

- a) Mennyi volt a strand bevétele a júliusban eladott belépőkből?

A tapasztalatok szerint júliusban folyamatosan nő a strandolók száma. Ezért a strandbűfében bevált rendszer, hogy a július 1-jei megrendelést követően július 2-től kezdve július 31-ig minden nap ugyanannyi literrel növelik a nagykereskedésből megrendelt üdítő mennyiségét.

A könyvelésből kiderült, hogy július 1-jén, 2-án és 3-án összesen 165 litert, július 15-én pedig 198 litert rendeltek.

- b) Hány liter üdítót rendeltek júliusban összesen?

a)	5 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	12 pont	

B

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

16. Adott két pont a koordinátasíkon: $A(2; 6)$ és $B(4; -2)$.

a) Írja fel az AB szakasz felezőmerőlegesének egyenletét!

b) Írja fel az A ponton átmenő, B középpontú kör egyenletét!

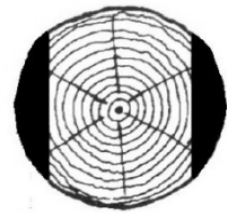
Adott az $y = 3x$ egyenletű egyenes és az $x^2 + 8x + y^2 - 4y = 48$ egyenletű kör.

c) Adja meg koordinátáikkal az egyenes és a kör közös pontjait!

a)	6 pont	
b)	4 pont	
c)	7 pont	
Ö.:	17 pont	

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 17.** A Hód Kft. faárutelephelyén rönkfából (henger alakú fatörzsekből) a következő módon készítenek gerendát. A keretfűrészgép először két oldalt levág egy-egy – az ábrán sötéttel jelölt – részt, majd a fa 90°-kal történő elfordítása után egy hasonló vágással végül egy négyzetes hasáb alakú gerendát készít. A gépet úgy állítják be, hogy a kapott hasáb alaplapja a lehető legnagyobb legyen.



Most egy forgáshenger alakú, 60 cm átmérőjű, 5 méter hosszú rönkfát fűrészel így a gép.

- a)** Igaz-e, hogy a kapott négyzetes hasáb alakú fagerenda térfogata kisebb 1 köbméternél?

A Hód Kft. deszkaárut is gyárt, ehhez a faanyagot 30 000 Ft/m³-es beszerzési áron vásárolja meg a termelőtől. A gyártás közben a megvásárolt fa kb. 40%-ából hulladékfa lesz. A késztermék 1 köbméterét 90 000 forintért adja el a cég, de az eladási ár 35%-át a költségekre kell fordítania (feldolgozás, telephely fenntartása stb.).

- b)** Mennyi haszna keletkezik a Hód Kft.-nek 1 köbméter deszkaáru eladásakor?

A fakitermelő cég telephelyéről hat teherautó indul el egymás után. Négy teherautó fenyőfát, kettő pedig tölgyfát szállít.

- c)** Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a két, tölgyfát szállító teherautó közvetlenül egymás után gördül ki a telephelyről, ha az autók indulási sorrendje véletlenszerű!

a)	6 pont	
b)	5 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 18.** Egy 20 fős társaság tagjait az április havi szabadidős tevékenységeikről kérdezték.
Mindenki három eldöntendő kérdésre válaszolt (igennel vagy nemmel).

- I. Volt-e moziban?
II. Olvasott-e szépirodalmi könyvet?
III. Volt-e koncerten?

A válaszokból kiderült, hogy tizenketten voltak moziban, kilencen olvastak szépirodalmi könyvet, és négy fő járt koncerten. Öten voltak, akik moziban jártak és szépirodalmi könyvet is olvastak, négyen pedig moziban és koncerten is jártak. Hárman mindhárom kérdésre igennel válaszoltak.

- a) Hány olyan tagja van a társaságnak, aki mindhárom kérdésre nemmel válaszolt?

A társaság 20 tagja közül véletlenszerűen kiválasztunk kettőt.

- b) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy legalább az egyikük volt moziban április folyamán!

Attól a kilenc személytől, akik olvastak áprilisban szépirodalmi könyvet, azt is megkérdezték, hogy hány könyvet olvastak el a hónapban. A válaszok (pozitív egész számok) elemzése után kiderült, hogy a kilenc szám (egyetlen) módusza 1, mediánja 2, átlaga $\frac{16}{9}$, terjedelme pedig 2.

- c) Adja meg ezt a kilenc számot!

a)	6 pont	
b)	5 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

	a feladat sor- száma	pontszám		összesen
		maximális	elért	
II. A rész	13.	12		
	14.	12		
	15.	12		
II. B rész		17		
		17		
		← nem választott feladat		
ÖSSZESEN		70		

	pontszám	
	maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma	100	

_____ dátum

_____ javító tanár

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

_____ dátum

_____ dátum

_____ javító tanár

_____ jegyző