PRÓBAÉRETTSÉGI • 2004. május

MATEMATIKA

EMELT SZINT

240 perc

OKÉV
ORSZÁGOS KÖZOKTATÁSI ÉRTÉKELÉSI ÉS VIZSGAKÖZPONT

OKI
Országos Közoktatási Intézet
National Institute of Public Education

- A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.

- A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.

- A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania**. A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor az utolsó feladatra nem kap pontot!

- A feladatok megoldásához zsebszámológépet és négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!

- A feladatok megoldásához alkalmazott gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!

- Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetőek legyenek!

- A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania; elég csak a tétel megnevezését említeni, de alkalmazhatóságát röviden indokolni kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában alkalmazhatóságát indokolja.

- A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!

- A feladatok megoldását tollal készítse! Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető!

- Az egyes feladatokra az ott feltüntetett pontszámnál több nem kapható.

- Ha a megadott válasz hibás elemet vagy elemeket tartalmaz, akkor maximális pontszám nem adható.

- Kérjük, hogy a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!

I.

1. Oldja meg grafikus módszerrel az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$3^x < 2\sqrt{x} + 1$$

11 pont		

2. Egy dobókocka 6 lapja közül háromra 1, 2, illetve 3 pöttyöt teszünk, a másik három lapját fehérre, pirosra, illetve kék színűre festjük.

a) Hány olyan hat dobásból álló sorozat van, amelyben először kettest és ötödszörre fehéret vagy kéket dobunk?

4 pont		

b) Hány olyan hat dobásból álló sorozat van, amelyben először kettest, ötödszörre fehéret vagy kéket dobunk, és a dobókocka nem esik kétszer ugyanarra a lapjára?

4 pont		

c) Ha csak kétszer dobunk egymás után, mekkora a valószínűsége annak, hogy a két dobás egyforma lesz?

4 pont		

3. Hárman kártyáztak. A játék előtt pénzük aránya $4:5:6$, a játék után ugyanolyan sorrendben $5:6:7$, s a kártyázás során csak egymástól nyerhettek. Egyikük 12 tallért nyert. Hány tallérral ült le játszani egy-egy játékos?

14 pont		

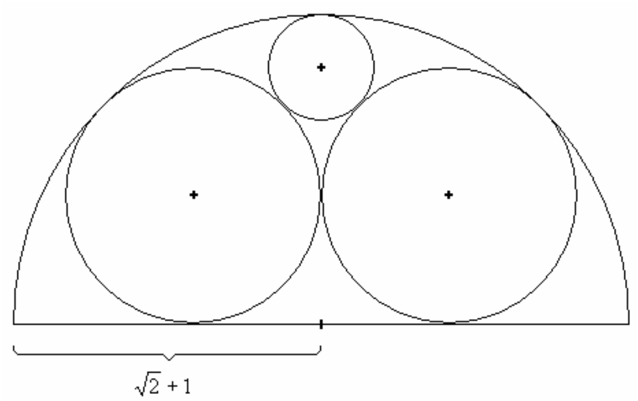
4. Egy $r_1 = \sqrt{2} + 1$ sugarú félkörbe először két azonos, r_2 sugarú kört írunk, amelyek érintik egymást, majd egy r_3 sugarú kört úgy, hogy az érintse az r_2 sugarú köröket és az r_1 sugarú körívet is.

a) Határozza meg r_2 értékét!

7 pont		

b) Mekkora r_3 értéke?

7 pont		



II.

Az 5.–9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, az ötödik sorszámát írja be a 2. oldalon az üres négyzetbe!

5. Oldja meg a valós számok halmazán a $\log_{3x} 3 + 4 \cdot \log_{9x} 3 = 6$ egyenletet!

16 pont		

Az 5.–9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, az ötödik sorszámát írja be a 2. oldalon az üres négyzetbe!

6. Az ABC háromszögben adott két oldal és a közbezárt szög: $b = 4$; $c = 5$; $\alpha = 32°$.

a) Mekkora a háromszög legnagyobb szöge?

8 pont		

b) Milyen messze van a háromszög magasságpontja a legnagyobb oldaltól?

8 pont		

Az 5.–9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, az ötödik sorszámát írja be a 2. oldalon az üres négyzetbe!

7. Két tesztautó egyszerre haladt át a startvonalon, majd ugyanazon az egyenes úton folytatta útját. Az egyes autók startvonaltól mért távolságát a $0 \le t \le 90$ időintervallumon az $f(t) = 900 - \frac{1}{4}(t-60)^2$ és a $g(t) = \frac{20t}{3}$ képlettel megadott függvény írja le, ahol az időt másodpercben, a távolságot méterben mérjük.

a) Ábrázolja közös koordináta-rendszerben az f és g függvényeket!

4 pont		

b) Mekkora távolságra voltak a startvonaltól az autók a mérés kezdete után 1,5 perccel?

3 pont		

c) Fogalmazza meg, hogy mit ír le a $f - g$ függvény!

3 pont		

d) Határozza meg számítással azt a pillanatot, amelyben a mérés során a két autó a legtávolabb került egymástól!

6 pont		

Az 5.–9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, az ötödik sorszámát írja be a 2. oldalon az üres négyzetbe!

8. Tekintse az alábbi magyarországi házassági adatokat tartalmazó statisztikai táblázatot!

	1980	1990	2000
Házasságkötések száma	**80 331**	**66 405**	**45 500**
Megszűnt házasságok száma	**98 221**	**89 817**	**85 000**
Halál következtében	*70 424*	*64 929*	*59 500*
Válás következtében	*27 797*	*24 888*	*25 500*
Ezer fennálló házasságra jutó válás	**9,9**	**9,9**	**11,3**
Ezer házasságkötésre jutó válás			

a) Készítsen diagramot, amely szemlélteti a házasságkötések és a megszűnt házasságok számának változását!

4 pont		

b) Számítsa ki a táblázat utolsó sorának adatait, ahol a házasságkötés az aktuális évben kötött házasságot jelent!

5 pont		

c) Készítsen olyan diagramot, amelyik szemlélteti a fennálló házasságok számának változását! (Az adatokat ezresekre kerekítse!)

7 pont		

Az 5.–9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, az ötödik sorszámát írja be a 2. oldalon az üres négyzetbe!

9. Egy háromnapos konferencián, amelyen öt ország küldöttei vettek részt, három hivatalos nyelvet használtak: az angolt, a németet és a franciát. Minden résztvevő beszélt a három nyelv közül legalább az egyiken, mindhárom nyelven azonban az 55 résztvevő közül mindössze a vezetőség tagjai, az öt delegációvezető beszélt. Amikor programegyeztetésre összeültek, kiderült, hogy a brit és a magyar vezetőnek egy-egy, a franciának kettő, a németnek és az olasznak három-három személyes ismerőse van a vezetőségben. (Az ismeretségek kölcsönösek.)

a) Rajzoljon fel egy olyan gráfot, amely az ismeretségeket szemlélteti a vezetőségben!

3 pont		

b) Ismerte-e egymást a német és az olasz küldöttség vezetője? (Válaszát indokolja!)

2 pont		

c) A szállás beosztásakor fontos szempont volt a nyelvtudás. A résztvevők közül 36-an beszéltek angolul,28-an németül és 19-en franciául. Hányan beszéltek pontosan két nyelvet?

5 pont		

d) A búcsúestén egy-egy üveg pezsgőt nyertek azok, akik ugyanannyi új ismeretséget kötöttek a három nap alatt. A szervezők biztosak voltak benne, hogy lesznek nyertesek.
Honnan tudták?

6 pont		

A javító tanár tölti ki.

I.	1.	2.a	2.b	2.c	3	4.a	4.b
Maximális pontszám	11	4	4	4	14	7	7
Elért pontszám 1.							
Elért pontszám 2.							

II.	5.	6.a	6.b	7.a	7.b	7.c	7.d	8.a	8.b	8.c	9.a	9.b	9.c	9.d	Össz.
Maximális pontszám	16	8	8	4	3	3	6	4	5	7	3	2	5	6	115
Elért pontszám 1.															
Elért pontszám 2.															

Megjegyzés: a II. részben a tanuló által elérhető maximális pontszám 115, mivel az öt 16 pontos feladat közül csak négy értékelhető.

…………………………………
javító tanár

…………………………………
javító tanár